Math. A. 131 k/1

Kranke.

<366348087400019

Bayer. Staatsbibliothek

V. 108.

Math. a 131 k = 11

Kramp

R

Geschichte

der

Aerostatik,

historisch, physisch und mathematisch

ausgeführt.

Erster Theil.

Mit Kupfern.

Strasburg,

im Verlage der akademischen Buchhandlung.

1784.

Universitäts
Strasbibliothek

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Anmerkung.

Dieses ist der Anfang eines Werkes, welches eine vollständige Geschichte der Erfindung und Vervollkommnung der Aerostaten liefern, und alle Aktenstücke, die sie betreffen, ganz oder in einem wesentlichen Auszuge enthalten soll. Man wird suchen dem zweyten Theile das Bildnis der Herren Charles und Robert vorzusetzen, und die handschriftliche Erzählung ihrer Luftreise in der Uebersetzung beyzufügen.

Der Verleger.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede

und

Zuschrift.

Ich überreiche Ihnen hier das Buch, das ich allein auf Ihre Veranlassung, auf Ihr Zureden, und vielleicht — wie sehr wünschte ich, daß diese Schüchternheit ungegründet wäre — vielleicht ohne eine hinlängliche Rücksicht auf meine Kräfte unternommen habe. Ich wage es gleich von Anfang eine Bitte hinzuzusetzen, die mir Ihre Freundschaft, Ihre Achtung, Ihr

allzu großes Zutrauen auf meine Fähigkeiten und Kenntnisse nothwendig gemacht hat: erwarten Sie nicht zu viel davon. Es ist der erste Theil zur künftigen Geschichte einer Entdeckung, oder einer Reihe von Entdeckungen vielmehr, auf deren schnellen und unerwarteten Fortgang die allgemeine Aufmerksamkeit, das Erstaunen und die Bewunderung unsers aufgeklärten Welttheils gerichtet ist; die Leibnitz für unmöglich erklärt hatte; die so sehr über die Grenzen der menschlichen Geschicklichkeit hinauszugehen schien, daß noch nie eine Mathematik, nie eine Analysis, nie eine Mechanik sich im Ernste mit ihr beschäftigt hatte; einer Entdeckung endlich, die noch bey unsern spätesten Nachkommen ein unvergängliches Denkmal, ein bleibender Beweis seyn wird, wie unerschöpflich zu Ende des achtzehnten Jahrhunderts das Genie und der Erfindungsgeist des immer geschäftigen, in seinem Sinne nie ruhigen Europäers war. Gewiß hatte noch

nie ein Geschichtschreiber einen reichhaltigern Vorrath, einen so erhabenen Gegenstand vor sich; und dies war es nicht, was mich in Verlegenheit setzen konnte. Allein ein Werk, das nach Ihrem und meinem Plane nicht blos historische Urkunde, nicht blos Erzählung, sondern zugleich eigene Untersuchung, zugleich wirkliche Erweiterung unserer Kenntnisse, zugleich auch für unsere Zeitgenossen ein Werk der Mathematik und Physik seyn sollte; ein Werk, das ohne die glücklichste Vereinigung mehrerer Wissenschaften nicht hinlänglich ausgeführt werden konnte, um den Beyfall der Kenner zu erhalten; und zu dessen vollkommener Ausführung unsere Wissenschaft wirklich noch zu unreif seyn würde; gewiß, müssen Sie nicht selbst gestehen, daß auch nur der Entwurf dazu für meine Kenntnisse und Erfahrung viel zu groß war; daß an diesem Entwurfe eine allzu voreilige Einbildungskraft mehr Antheil, als eine ruhige und reife Ueberlegung hatte? Dies war wenigstens mein

Gedanke, da ich meine geendigte zurückgelegte Arbeit unpartheyisch übersahe; da ich noch auf jeder Seite Unvollkommenheiten bemerkte, und doch meine Kräfte nicht hinlänglich waren sie zu verbessern: und die erste Frucht dieses Gedankens ist meine nunmehr wiederholte Bitte an Sie, indem ich Ihnen mit schüchterner Hand das Werk überreiche, das einen Theil Ihrer Wünsche befriedigen soll: erwarten Sie nicht zuviel davon.

Ueberzeugt, daß wegen allen diesen Fehlern mich Ihre Freundschaft gegen alle Vorwürfe sichern würde, die ich sonst von Ihnen zu erwarten hätte; daß aber ein unpartheyisches Publikum mit dem grösten Rechte von jedem Schriftsteller zugleich auch die hinlänglichen Kenntnisse und Fähigkeiten erwartet, setze ich meine Entschuldigungen nicht länger fort. Nehmen Sie also das Werk hin, das unvollkommen und unreif ist, so wie viele tausend andere, die deswegen doch mit Nachsicht aufgenommen und beurtheilt wurden;

und die immer zur Vervollkommnung unserer Kenntnisse, wo nicht viel, doch wenigstens das ihrige beygetragen haben. Als eines der ersten in seiner Art, wird es Ihrer Nachsicht nicht unwürdig seyn; Sie werden darinn immer einiges finden, das wenigstens in einem reifern Alter der Mathematik und Naturlehre, einem spätern Schriftsteller den Weg erleichtern wird, den sein Verfasser noch ganz ungebahnt antraf. Nehmen Sie es hin; und wenn Sie dann die Fehler darinn bemerken, die Ihrem scharfen Blicke nicht entgehen können, so vergessen Sie nie, daß es eine Arbeit von zweyen Monaten war; daß sein Verfasser nicht die Zeit hatte, alle die Untersuchungen aufs genaueste anzustellen, die zu einem höhern Grade der Vollkommenheit unentbehrlich gewesen wären; daß es viel zu spät war, erst noch zu lesen und nachzuschlagen, und daß Ihr Freund also mit dem zufrieden seyn mußte, was er schon wirklich gelernt hatte.

Ich gehe mit diesem Werke zu einer Zeit in die Welt, da nicht mehr, wie vormals, eine Wissenschaft schon für einen Gelehrten hinlänglich ist; längst ist die Periode vorbey, da der Mathematiker blos Mathematik, der Physiker blos Physik, der Chymist blos Chymie verstehen durfte, um den Beyfall der Kenner zu erhalten. In unsern Zeiten wird die Mitwirkung mehrerer Wissenschaften erfodert, um allen Foderungen des Publikums ein Genüge zu leisten; unbrauchbar werden die Rechnungen und Schlüsse der Mathematik seyn, so lange sie, — und wie oft war das nicht in unserm Jahrhunderte der Fall? — weiter nichts als Uebungen in der Analysis sind. Seit der Zeit, da auch über solche Theile der Naturlehre sich ein Licht verbreitet hat, die zur Rechnung noch zu unreif sind: seit der Zeit, da unmittelbare Versuche, Beobachtungen und Entdeckungen die allgemeine Lieblingsbeschäftigung aller Freunde der Wissenschaft geworden sind; seit der Zeit endlich, da blose spekulativische Un-

tersuchungen, Reisen ins Reich der Möglichkeit, auch wenn sie noch so sinnreich wären, bey weitem nicht mehr in dem ehemaligen Glanze erscheinen; seit dieser Zeit muß sich der Mathematiker gefallen lassen, durch die Erfahrung von allen Seiten eingeschränkt zu werden, und nicht einen Augenblick ohne sie zu seyn.

Lassen Sie uns nun sehen, wie ich diese Pflichten erfüllt habe. Sie finden in meinen dreyen ersten Abschnitten eine kurze Erzählung des ersten Montgolfier'schen Versuches zu Annonay, des Versuches der Herren Charles und Robert auf dem Marsfelde zu Paris, und dann noch der kleinern Pariser Versuche, die bald nachher allgemein geworden und in unsern Zeiten nichts neues mehr sind. Der erstere ist eben der große Versuch, der in der Geschichte der Physik eine so große Epoke gestiftet, und den Namen Montgolfier verewigt hat; Sie finden ihn hier ganz einfach, so wie er war, dargestellt, ohne überflüs-

sige Wendungen der Beredsamkeit : sie wären unnützer Weise bey einer Geschichte verschwendet gewesen, die an und für sich schon das Siegel der Unsterblichkeit auf ihrer Stirne trägt. Der zweyte Versuch auf dem Marsfelde ist ein bleibender Beweis der Aufmerksamkeit und der Achtung, mit der von der Nation die außerordentliche Entdeckung eines ihrer Mitbürger aufgenommen wurde ; er macht ihren Urhebern, den Herren Charles und Robert, um so viel mehr Ehre, und er gewährt ihnen mit so viel mehrerm Rechte in der Geschichte der Erfindung die zwote Stelle, da ihre Arbeit nicht blose Nachahmung des Montgolfier'schen Versuches, sondern eine besondere ihnen eigne Anwendung der Grundsätze einer aufgeklärten Physik war. Es verdient dieser Versuch um so viel mehr unsre Aufmerksamkeit, da bey ihm die französischen Gelehrten alles anwandten, um seinen Ausgang mit der Theorie zu vergleichen. Die Dimensionen der Kugel sind aufs genaueste

bestimmt; die Kraft mit der sie aufstieg, ist durch die gewissesten Versuche entschieden; die Barometer- und Thermometerhöhe beobachtet, und die ganze Bahn des Aerostaten durch Höhenmessungen berichtigt worden, die aus den entlegensten Standpunkten von den geschicktesten Astronomen mit der grösten Genauigkeit angestellt wurden. Der dritte Abschnitt endlich ist ein neuer Beweis, wie groß der Einfluß war, den die Montgolfier'sche Entdeckung selbst auf die täglichen Beschäftigungen des ungelehrteren Theils der Nation hatte; er enthält die ersten unter den unendlich vielen Versuchen, die noch vor neun Monaten etwas unerhörtes gewesen waren, und die künftig in unserm ganzen Welttheile ein neuer Gegenstand des Luxus, und eine Beschäftigung vieler Hände seyn werden.

So zerfällt denn die ganze physische Abhandlung der Aerostaten in zwey große Haupttheile; davon der eine die nach Montgolfiers Art mit erhitzter, und durchs Feuer verdünn-

ter atmosphärischer Luft angefüllten Körper, und der andere die mit brennbarer Luft gefüllten Aerostaten enthält. Sie kommen beyde darinn überein, daß der einzige Grund ihres Aufsteigens ihre geringere specifische Schwere ist; allein in allem andern sind sie weit voneinander unterschieden. Die erstern haben noch nicht ganz aufgehört, für die Naturlehre ein Geheimniß zu seyn; bey ihnen ist die Theorie noch nicht hinlänglich ins Reine gebracht, daß sie für die Mathematik eine neue Anwendung der Analysis seyn könnte. Die leztern sind in der Ausführung leichter, und für die Berechnung weniger geheimnisvoll; hier fand ich die Theorie reif genug, um mit ihr allein in allen folgenden Abschnitten dieses Buches beschäftigt zu seyn.

Ein Anfang hiezu ist mein vierter Abschnitt über die brennbare Luft. Sie können hier die ganze Reihe der Entdeckungen, mit welchen seit zwölf Jahren unsre Physik und Chymie bereichert worden ist, eben so wenig

von mir erwarten, als eine vollständige Beurtheilung aller der Hypothesen und Lehrgebäude, die uns die Geschichte der Wissenschaft in diesem Zeitraume aufweist, die sich noch täglich vermehren, und deren wahrer Werth erst in einem künftigen reifern Zeitalter mit Gewißheit entschieden seyn wird. Es sollte dieser vierte Abschnitt zu weiter nichts dienen, als um solche Leser, die auch die allerleichtesten Kenntnisse der brennbaren Luft noch nicht in dem gehörigen Grade besitzen, um beurtheilen zu können, was Aerostaten sind, mit ihr bekannter zu machen; er sollte deswegen da seyn, damit die Geschichte der Aerostaten vollständig, und auch der zweyte Theil ihrer Aufschrift gerechtfertigt würde, der eine physische Ausführung ankündigte. Sie werden mich also entschuldigen, wenn diesem eingeschränkten Plane gemäß einige der berühmtesten Namen in der Geschichte der brennbaren Luft mit Stillschweigen übergangen worden sind, für die

in einem Werke nicht Raum genug war; dessen Aufschrift nichts mehr als eine Geschichte der Aerostaten ankündigte.

Mit zitternder Hand schrieb ich die Aufschrift meines fünften Abschnittes nieder: Erste Gründe einer Theorie der specifischen Federkräfte verschiedener Luftarten; eine Aufschrift die Sie, so wie jeden Leser, etwas neues erwarten läßt; und wie schwer ist es nicht, mitten in der aufgeklärtesten Periode einer Wissenschaft, die nicht blos die Beschäftigung einiger wenigen, sondern beynahe aller Gelehrten ist, etwas neues zu sagen? Aerostatische Maschinen steigen deswegen in die Höhe, weil die in ihnen enthaltene Luft specifisch leichter ist als die atmosphärische; dies ist die allgemeine Sprache aller Journale; dies ist auch die Sprache der Physik und ihrer einsichtsvollesten Schriftsteller. Bey flüssigen Wesen die nicht elastisch sind, ist dieses auch der wahre und einzige Ausdruck den wir haben, und hier wäre es eine Thor-

heit ihn verbessern zu wollen. Allein bey elastischen Körpern wie die Luft ist, deren specifische Schwere von dem Drucke abhängt, dem sie ausgesetzt sind, ist es nicht genug, gesagt zu haben, wie groß ihre specifische Schwere sey; es muß auch zugleich der Druck bestimmt werden, dem sie ausgesetzt seyn müssen, um diese specifische Schwere zu haben. Es ist sehr unbestimmt gesagt: die atmosphärische Luft verhält sich in Ansehung ihrer specifischen Schwere zum Wasser wie 1 : 850; denn auf einer Höhe von einigen Hundert Toisen kann eben dieses Verhältniß 1 : 1000 seyn, und doch ist es noch eben die atmosphärische Luft; nur ist sie einem mindern Drucke ausgesetzt; es dehnt sich also eine gewisse Masse von ihr in einen desto größern Raum aus, und ihre specifische Schwere ist um so viel geringer. Es muß also der Druck zugleich mit angegeben seyn, dem eine Luft ausgesetzt seyn muß, um einen gewissen Grad der Dichtigkeit zu haben, und dann läßt sich für jeden andern

Druck die Dichtigkeit dieser Luft bestimmen, nach dem allgemein angenommenen Mariottischen Gesetze.

Ich sage mit Fleiß dieser Luft: wird eben diese Luft einem andern Grade der Wärme ausgesetzt, so wird sie bey gleichem Drucke eine ganz andere specifische Schwere haben, als sie zuvor hatte; und bey gleicher specifischen Schwere wird sie einem ganz andern Drucke das Gleichgewicht halten. Aus diesem Grunde werden die vereinigten Beobachtungen der Barometer- und Thermometerhöhe erfodert, wenn die Sprache verständlich seyn soll: die Dichtigkeit der Luft steht mit der Dichtigkeit des Wassers in einem gewissen Verhältnisse. Aus eben diesem Grunde ist es nicht mehr wahr, daß die Dichtigkeit sich wie der Druck verhalte; nur in dem Falle, wo diese Luft gleichem Grade der Wärme ausgesetzt ist, wird das Verhältnis ihrer Dichtigkeiten zugleich das Verhältnis der Barometerhöhen seyn; in jedem andern Falle muß

dieses

dieses leztere noch mit einem gewissen andern Verhältnisse multiplicirt werden, das auf dem Grade des Thermometers beruht, und dessen nähere Bestimmung wir den unsterblichen Verdiensten des Hrn. de Luc zu verdanken haben.

In unserer neuern Periode der Physik, sind wir nur zu sehr überzeugt worden, daß alles dieses nur bey der atmosphärischen Luft wahr ist. Entdeckungen, die noch vor fünfzehn Jahren kein Naturforscher vorhergesehen hatte, haben uns belehrt, daß die elastischen flüssigen Wesen eben so vielfältig, eben so zahllos und eben so bis ins Unendliche verschieden sind, als sonst irgend eine Klasse von Körpern in der Natur. Sie sind alle elastisch, bey vermindertem Drucke und bey vermehrter Wärme, dehnen sich alle in einen größern Raum aus, allein noch jede hat ihre eigne Elasticität. Bey gleicher Dichtigkeit und bey gleichem Grade der Wärme, wird es ein anderer Druck seyn, dem die atmosphärische

Luft; ein anderer dem die fixe, und ein anderer dem die brennbare Luft das Gleichgewicht hält. Chymie und Physik sehen an dieser Mannigfaltigkeit noch kein Ende, und es ist um so viel weniger zu erwarten, sie so bald auf einem Grade der Vollkommenheit zu sehen, da alle diese Luftarten noch unter sich vermischt seyn können, und alsdann bey einer gewissen Dichtigkeit und bey einem gewissen Grade der Wärme, jede unter ihnen ihre besondere Federkraft ausübt, die von der Mischung ihrer Bestandtheile abhängen muß, allein auf Verhältnissen beruht, die die Physik noch nie untersucht, oder vielmehr noch nie im Ernste daran gedacht hat sie zu untersuchen.

In dieser nunmehr ganz veränderten Gestalt unsrer Naturlehre ist es durchaus nothwendig, bey elastischen flüssigen Wesen eine specifische Federkraft anzunehmen, so wie wir bey allen andern Körpern der Natur eine specifische Schwere haben. Ich wünschte da-

her in unsrer Physik den Satz allgemein angenommen zu sehen, daß bey gleichem Drucke das Verhältnis der Dichtigkeiten verschiedener Luftarten das umgekehrte ihrer specifischen Federkräfte sey. Ich wünschte die Sätze allgemein angenommen zu sehen, daß der Druck, den jede Luftart auszuüben fähig ist, sich wie das Product aus ihrer Dichtigkeit, in ihre specifische Federkraft verhalte; daß ihre Dichtigkeit sich wie der Druck, den sie ausübt, durch ihre specifische Federkraft dividirt; und ihre specifische Federkraft sich wie der Druck durch die specifische Schwere dividirt, verhalten müsse. Ich hätte gewünscht nach diesen Grundsätzen die specifische Federkraft jeder der künstlichen Luftarten, die wir kennen, aufs genaueste bestimmen zu können, allein ich fand unsre Physik noch zu unvollkommen dazu. Man ist im Ernste damit beschäftigt, Luftgattungen miteinander abzuwägen, und das Verhältnis der specifischen Schweren aufzusuchen, in welchem sie, bey

gleichem Drucke untereinander stehen; allein die Verschiedenheit zwischen den Angaben, die uns die berühmtesten Schriftsteller hinterlassen haben, ist außerordentlich groß; und alle Umstände zeigen uns an, daß hier unsre Wissenschaft noch in ihrer Kindheit ist, und so bald noch nicht ihr männliches Alter erreicht haben wird.

Sie finden in meinem sechsten Abschnitte, eine Theorie der Atmosphäre, so wie sie eingerichtet seyn muß, wenn auf ihre specifische Federkraft, das heist, wenn darauf Rücksicht genommen werden soll, daß bey verschiedenen Graden der Wärme die Dichtigkeit der Luft im Horizonte sich nicht wie die Barometerhöhe verhält; ein Lehrsatz, den ich gegen die Grundsätze einer aufgeklärten Physik, noch in einigen unserer berühmtesten Werke ungern angenommen sehe. Sie werden in diesem Abschnitte den Lehrsatz bewiesen finden, der, soviel ich weis, noch für unsre Physik neu ist, daß die Subtangente der logarithmischen

Linie, durch welche die Dichtigkeit der Luft auf jeder Höhe ausgedrückt wird, sich wie ihre specifische Federkraft verhalten müsse. Sie werden es bewiesen finden, daß die Dichtigkeit der Luft sich zur Dichtigkeit des Quekfilbers verhalte, wie die Barometerhöhe zur Subtangente. Sie werden es bewiesen finden, daß die Dichtigkeit der Luft auf jeder Höhe gegeben seyn muß, und bestimmt werden kann, so bald die Masse und die specifische Federkraft der Atmosphäre gegeben sind; Sie werden endlich die Untersuchungen ins Reine gebracht finden, nach welchen Verhältnissen sich auf jeder Höhe die Dichtigkeit der Luft und der Barometerstand verändern müsse, so bald die Masse und die specifische Federkraft der Atmosphäre verändert wird.

Es wird in meinem siebenten Abschnitte aus den Höhenmessungen des de Luc bewiesen, daß die specifische Federkraft der Atmosphäre allein von der Thermometerhöhe abhange; es wird untersucht, wie sie so wohl,

als die Subtangente unsers logarithmischen Systems für jeden Grad des Thermometers bestimmt werden müsse. Es werden diese Wahrheiten durch die astronomischen Beobachtungen des Mayer und La Caille bestätigt; es werden durch sie die festgesetzten Bestimmungen noch genauer berichtigt : es wird nach diesen Grundsätzen eine Tafel berechnet, in der für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers die specifische Federkraft unserer Atmosphäre, und die Subtangente unsers Logarithmen-Systems angezeigt ist. Auf sie folgt die Auflösung des Problems, wie aus jeder gegebenen Barometer- und Thermometerhöhe die Dichtigkeit der Luft bestimmt werden müsse ; eine Auflösung, die ich für leichter ansehe als die de Luc'sche, und deren ich mich immer bedienet habe. Ich merke Ihnen diesen lezten Umstand nur deswegen an, um Ihnen einen Beweis zu geben, daß nicht mein ganzes Werk die unreife Frucht einer zwey monatlichen Arbeit war ; sondern daß

wenigstens ein Theil davon das Resultat einer längst vorhergegangenen, und reif gewordenen Untersuchung ist; in der That sind diese drey Abschnitte beynahe die wörtliche Uebersetzung eines französischen Manuscripts, das ich in meinen ersten akademischen Jahren verfertigt habe: und dies möge mich entschuldigen, wenn in diesen Abschnitten einige neuere Schriftsteller nicht angeführt sind, deren außerordentliches Verdienst eine Anzeige verdient hatte, die ich aber in meinem sechzehnten Jahre noch nicht gelesen hatte, und jezt nicht mehr hinzusetzen konnte.

Auf allen diesen vorher festgesetzten Lehrsätzen beruht in meinem achten Abschnitte die sehr unvollkommene Auflösung des Problems, die specifische Leichtigkeit einer aerostatischen Kugel zu bestimmen, wenn ihr Durchmesser, ihr Gewicht, die specifische Federkraft der innern Luft, nebst der Barometer- und Thermometerhöhe gegeben sind; ein Problem, für das unsre Physik nicht reif

genug ist, und dessen Auflösung ich nur in dem besondern Falle der Pariser Kugel möglich fand, bey welcher durch unmittelbare Versuche die Kraft bestimmt worden war, mit der die Kugel aufstieg; eine Bestimmung, aus der sich die ganze Masse der innern Luft leicht herleiten ließ. Es folgt aus ihr, daß die absolute Federkraft der innern Luft, weit stärker gewesen seyn müsse, als der äußere Druck der Atmosphäre. Ob dieser Satz sich auf alle Aerostaten ausdehnen läßt, die mit brennbarer Luft gefüllt sind; oder ob dieses nur bey der Pariser Kugel statt hatte, die gleich so sehr mit brennbarer Luft gefüllt wurde, daß sie schon auf dem Horizonte der ganzen Ausdehnung ausgesetzt war, die sie nur immer ertragen konnte; auf diese Frage werde ich erst alsdann mit Gewißheit antworten können, wenn meine Theorie durch eigene Versuche unterstützt seyn wird.

Der neunte Abschnitt, über die bewegende und beschleunigende Kraft, hat ganz vorzüg-

lich eine Vorrede vonnöthen. Ohne sie würde ich mich dem doppelten Vorwurfe ausgesetzt sehen, mich entweder von den wahren Grundsätzen der Mechanik, oder doch von dem allgemein angenommenen Sprach-Gebrauche entfernt zu haben; und ich möchte mir doch den lezten Vorwurf eben so wenig als den ersten mit Rechte zuziehen. Die kleine Veränderung in den sonst eingeführten Benennungen, hat auf die Theorie keinen Einfluß; sie bezieht sich blos auf mein Buch; und so viel Recht wird doch jeder Schriftsteller über sein eigenes Werk haben, daß er sich darinn deutlich erklären darf; die Wahl der Worte, durch die er sich erklärt, ist alsdann eine Nebensache, wenn nur die Hauptabsicht erreicht wird.

Meine bewegende Kraft ist überhaupt diejenige, durch die eine gleichförmige Bewegung erzeugt wird; es ist die Kraft, die die ganze Geschwindigkeit deren sie fähig ist, dem Körper in einem Augenblicke mittheilt, und dann auf

ihn zu wirken aufhört; es ist die Kraft, deren Wirkung auf ihn, von seiner Masse, von seiner Geschwindigkeit, und von seiner Richtung abhängt, und die also im ganzen Verstande des Wortes relativ ist. Es ist mit einem Worte Neutons *Vis impressa*; von der gleich in der vierten Erklärung seines Werkes gesagt wird: Vis impressa est actio in corpus exercita, ad mutandum ejus statum vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum. Consistit hæc vis in actione sola, neque post actionem permanet in corpore. Perseverat enim corpus in statu omni novo per solam vim inertiæ. Est autem vis impressa diversarum originum, ut ex ictu, ex pressione, ex vi centripeta. Ich habe diese Kraft die bewegende Kraft genannt; nur um einen Ausdruck für jede Kraft überhaupt zu haben, durch die eine gleichförmige Bewegung erzeugt wird.

Unter den unendlich vielen Kräften in der Natur, durch welche keine gleichförmige Bewegungen erzeugt werden, und von welchen

wir höchstens zwey oder drey kennen, zeichnet sich eine vorzüglich aus; es ist diejenige, die bey Neuton vis centripeta heißt. Seine fünfte Erklärung sagt von ihr: vis centripeta est, qua corpora versus punctum aliquod, tanquam ad centrum, undique trahuntur, impelluntur, vel utcunque tendunt. Es ist diese Erklärung an und für sich unbestimmt: allein, in der Folge erklärt sich Neuton zur Genüge hierüber; denn sie ist allein der Gegenstand beynahe der Hälfte seines ganzen Werkes. Es ist dies diejenige Kraft, die in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen nur eine unendlich kleine Geschwindigkeit erzeugt, die aber alsdann den Körper nicht verläßt, sondern auf ihn zu wirken fortfährt. Es ist diejenige Kraft, deren Wirkung auf den Körper weder von seiner Masse, noch von seiner Geschwindigkeit abhängt, sondern auf den ruhenden und den bewegten Körper eben dieselbe ist. Es ist die Kraft, die, sobald sie eine endliche Zeit durchgewirkt hat, alsdann in dem Körper, auf den sie gewirkt

hat, eine bewegende Kraft erzeugt, die aber keinen Augenblick lang eben dieselbe bleibt. Es ist die Kraft, von der uns unsre Schwere ein Beyspiel giebt, ohne welche wir sie vielleicht nie gekannt hätten. Es ist die Kraft endlich, die sehr vieler Modificationen fähig ist, vermöge welcher sich unsre Schwere selbst bald auf diese bald auf eine andere Art zeigt, aber immer den allgemeinen Gesetzen unterworfen bleibt, die ich in diesem Satze festgesetzt habe.

Neuton nimmt in seinem Werke das Wort vis centripeta in einem dreyfachen Verstande: sie ist, mit Beybehaltung seines eigenen Ausdruckes, absoluta, acceleratrix, motrix.

Die Neutonische Erklärung der absoluten Centripetalkraft ist folgende: vis centripetæ quantitas absoluta est mensura ejusdem major vel minor pro efficacia causæ eam propagantis à centro per regiones in circuitu. Ut vis magnetica pro mole magnetis vel intentione virtutis major in uno magnete, minor in alio;

eine Erklärung, die zwar übersetzt werden könnte, die aber keiner weitern Erklärung bedarf.

Im zweyten Verstande heißt es bey Neuton: vis centripetæ quantitas acceleratrix est ipsius mensura velocitati proportionalis quam dato tempore generat. Es ist also dies diejenige Kraft, die sich verhält wie das Differential der Geschwindigkeit, dividirt durch das Differential der Zeit. Es ist die Kraft, die bey unsrer Schwere, sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde verhält. Es ist die Kraft, die in meinem neunten Abschnitte beschleunigende Kraft heißt; und dies ist auch die allgemeine Sprache aller Schriftsteller der Mechanik.

Die achte Erklärung bey Neuton endlich ist: vis centripetæ quantitas motrix est ipsius mensura proportionalis motui, quam dato tempore generat. Es verhält sich also diese Kraft

wie das Product aus der vorigen, in die Masse des Körpers. Es ist die Kraft, die bey Wolf Sollicitatio ad motum genannt wird, und die bey den berühmtesten Schriftstellern unsrer deutschen Mechanik, die bewegende Kraft heißt. Ihr Verhältnis zu der vorigen wird von Kästnern sehr bündig so bestimmt: die ganze Gewalt die in eine Masse wirkt, heißt die bewegende Kraft: die, welche in jeden Theil wirkt, die beschleunigende.

Ich glaube durch diese kritische Untersuchung aller Undeutlichkeit vorgebeugt zu haben. Sie sehen hieraus, daß die Lehrsätze meines achten Abschnittes den wahren Grundsätzen der Mechanik völlig gemäß sind, nur die Benennung ist nicht ganz die gewöhnliche.

Sie finden endlich in dem zehnten Abschnitte von unsrer Theorie des Widerstandes so viel, als zur Auflösung meines folgen-

den Problems erfodert wurde; so viel also, als ich von dem größern Theile meiner Leser ohne alle vorhergegangene Untersuchung nicht erwarten konnte. Ich bin hier ganz der Eulerischen Theorie gefolgt, und mein erstes war den Exponenten des Widerstandes aufzusuchen; es sind auch alle meine Formeln darnach eingerichtet, um seinen analytischen Ausdruck so einfach als möglich zu machen. Es ist dieser Exponent zum Theil noch unbestimmt geblieben; die Ursache davon liegt nicht an meiner Theorie; unsre Mechanik selbst ist noch zu unreif dazu. Die wirkliche Unvollkommenheit unsrer Sprache hat mir hier einen Ausdruck abgenöthigt, den ich selbst nicht ganz entschuldige, und der einer kurzen Rechtfertigung bedarf. Der analytische Ausdruck dessen, was ich in diesem Abschnitte beschleunigende Kraft nenne, besteht aus zwey Theilen: der erstere ist die specifische Leichtigkeit der Kugel; es ist ein Bruch, dessen Nenner das

ganze Gewicht der Kugel, und dessen Zähler der Unterschied zwischen ihm und einem gleichen Volumen atmosphärischer Luft ist. Es würde dieser erstere Theil die beschleunigende Kraft selbst seyn, wenn die Luft nicht widerstünde; allein da sie widersteht, so ist dies nur ihr bejahter Theil, der verneinte ist alsdann die Stärke des Widerstandes, durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Nenner unsre Schwere ist. Bey dieser beschleunigenden Kraft also müssen wir auf eines der Merkmale Verzicht thun, an der ich sonst jede beschleunigende Kraft erkenne; sie hängt nunmehr von der Geschwindigkeit des Körpers ab, und sie ist daher für den ruhenden und für den bewegten Körper nicht mehr eben dieselbe. Ich glaube aber doch, mich hierüber so erklärt zu haben, daß bey jedem aufmerksamen Leser nicht leicht eine Undeutlichkeit entstehen wird.

Die

Die Frucht dieser Abschnitte ist nunmehr die Differentialgleichung zwischen Geschwindigkeit und Höhe, durch die die senkrechte Bewegung des Aerostaten bestimmt wird; in so ferne als sie allein von den Gesetzen unserer Schwere und dem Widerstande der Luft abhängt, und von keiner zufälligen Ursache verändert wird. Die folgenden fünf Abschnitte enthalten die Entwickelung unserer Differentialgleichung. Ich habe mir alle Mühe gegeben, die Theorie hier so weit zu erschöpfen, als es mir die Vollkommenheit unserer Analysis erlaubte.

Der sechzehnte Abschnitt ist ganz aus Faujas de Saint Fond; er enthält die Resultate der Höhenmessungen, die von einigen der berühmtesten französischen Astronomen angestellt worden sind, um die wirkliche Bewegung des Aerostaten der Herren Charles und Robert mit der Theorie zu vergleichen. Es ist also dieser Abschnitt beynahe ganz das Verdienst

des Herrn Meusnier, der unter allen jungen Mathematikern Frankreichs allein für würdig erkannt wurde d'Alemberts Nachfolger zu seyn; dessen vorzügliche Verdienste eine solche Belohnung verdienten; und dessen Name in der Geschichte der Aerostaten eine der ersten Stellen behaupten wird. Sie finden zu Ende dieses Abschnittes noch meine Beurtheilung über die Arbeit dieses Gelehrten, die, so sehr sie immer seinem Geiste und Kenntnissen Ehre macht, doch noch hier und da einem Tadel unterworfen ist. Ich hätte sie gerne ganz unterdrückt, allein es gehörte mit zu der Geschichte der aerostatischen Maschinen, einen kurzen, mit Kritik begleiteten Auszug einer Abhandlung zu geben, deren Verfasser es zuerst unternahm über sie und ihre Bewegung eine Theorie festzusetzen; der aber meinem Urtheile nach, den Grundsätzen einer aufgeklärten Naturlehre und einer genauen Analysis nicht immer getreu blieb. Es blieb mir

daher nichts übrig, als diese Beurtheilung wenigstens mit der ganzen Achtung abzufassen, die das Publikum den entschiedenen Verdiensten dieses jungen Gelehrten schuldig ist, und die überdies bey meiner Nation unter die heiligsten Pflichten jedes Schriftstellers gezählt wird.

Meinen siebenzehnten und lezten Abschnitt endlich setzte ich erst noch zu der Zeit hinzu, da die Ankündigung längst im Drucke erschienen war, und doch die zahllose Menge der neuern Zusätze und Versuche, mit welchen ich die Geschichte der aerostatischen Maschine täglich vermehrt sahe, durchaus nicht erlaubte meinen ersten Theil gerade auf der Stelle zu endigen, wo sich doch die erste Periode meiner Geschichte gewiß noch nicht geendigt hatte. Es enthält dieser Abschnitt einen Auszug, oder vielmehr eine freye, mit eigenen Gedanken vermischte Uebersetzung der Schrift, welche von den dazu ernannten Mitgliedern der Aka-

demie noch zu Ende des vorigen Jahrs über die aerostatische Maschine der Herren Montgolfier bekannt gemacht worden ist. Sie enthält erstens eine kurze Darstellung alles dessen, was vor ihnen über die Luftreise von einigen Schriftstellern gesagt worden ist, deren Name selbst ohne die Montgolfier'sche Entdeckung längst vergessen worden wäre. Sie enthält die ganze Reihe von Versuchen, durch die die beyden Montgolfiers nach und nach auf ihre Entdeckung geführt wurden. Sie enthält eine Nachricht von der Montgolfier'schen Methode ihre Maschine mit der Luft zu füllen, durch die sie sich in der Atmosphäre erheben konnte; und von der physischen Ursache des wirklichen Steigens der Maschine. Man findet ferner in ihr die Beurtheilung der Methode der Herren Charles und Robert; und endlich das Urtheil der Akademie über das Gemeinnützige der Erfindung, über ihren Gebrauch, und über die

Vortheile die der Staat und die Wissenschaften von ihr erwarten können.

Dies ist die Abhandlung, die ich in meinem siebenzehnten Abschnitte zum Grunde gelegt habe; allein eine Vergleichung von beyden würde Ihnen leicht zeigen, daß der leztere noch etwas mehr als eine freye Uebersetzung der erstern ist.

Ich habe mich in der Untersuchung der physischen Ursache, welche die Montgolfier'sche Aerostaten in die Höhe führt, merklich von den Grundsätzen des Herrn Faujas de Saint Fond entfernt; und ich setze noch mein wiederholtes und freymüthiges Urtheil hinzu, daß sie den wahren Grundsätzen einer aufgeklärten Naturlehre nicht gemäß sind. Ich bemerke mit Erstaunen, daß dieser sonst einsichtsvolle, und in der Geschichte der aerostatischen Maschinen jezt noch einzige Schriftsteller, über diejenige Luft, mit welcher der innere Raum des Aerostaten nach der

Methode der Herren Montgolfier erfüllt wird, sich durchgehends so ausdrückt, als ob sie vermittelst des Feuers aus dem verbrannten Stroh entwickelt worden wäre: und ich gestehe aufrichtig, daß ich diese zwey bis dreytausend Pfunde Luft, die wenigstens erfodert werden, um einen Raum von hunderttausend Kubikschuhen einzunehmen, in den achtzig Pfunden Stroh, die Montgolfier höchstens unter seiner Maschine verbrannte, nie gesucht hätte. Ich sehe es als eine Wahrheit an, die außer allen Zweifel gesetzt ist, daß das seyn sollende Gas der Herren Montgolfier, mit welchem Faujas de Saint Fond eine neue Epoke in der Naturlehre zu machen gesucht hat, nichts weiter als atmosphärische Luft ist, die durchs Feuer erhitzt, specifisch elastischer wird, und so die Fähigkeit erhält, bey geringer Dichtigkeit dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht zu halten.

Es ist die Entscheidung dieser Frage von der grösten Wichtigkeit. Ist es ein besonderes, seiner Natur nach leichteres Gas, das sich aus den angezündeten Materien entwickelt, und mit seiner größern specifischen Federkraft der ganzen Maschine die specifische Leichtigkeit giebt, auf welcher der glückliche Ausgang des großen Montgolfier'schen Versuches beruht; so muß während dieses Versuches, der atmosphärischen Luft jeder Zugang sorgfältig versperrt, und das Feuer in einem verschlossenen Orte unterhalten werden, damit das von der gemeinen Luft verschiedene, und aus dem Stroh entwickelte Gas, allein und unvermischt die Maschine erfüllen könne. Ist es aber nur die durchs Feuer verdünnte atmosphärische Luft, mit der die Maschine erfüllt seyn muß, um steigen zu können; so würde diese Sorge nicht nur überflüssig, sondern auch nachtheilig seyn: es muß in diesem Falle das Feuer der atmosphärischen Luft

frey ausgesetzt seyn; und jeder Rauch, jeder sichtbare Dunst, der aus dem Feuer aufsteigt, hindert in so ferne den glücklichen Ausgang des Versuches, daß er das absolute Gewicht der Maschine vermehrt, ohne sie specifisch leichter zu machen; und noch überdies die Flamme erstickt. Sollte also hier noch irgend ein Zweifel übrig seyn, so müßte durch die Erfahrung die Wahrheit entschieden werden: und so wenig ich ohne sie ein entscheidendes Urtheil wagen möchte, so überzeugt mich nunmehr das, was ich gesehen habe, daß bey verschlossenem Feuer, bey jedem aufsteigenden und erstickendem Rauche, das Steigen des Aerostaten unmöglich ist, und unmöglich seyn muß.

Sie finden endlich noch hier, mein Freund, Aussichten, zwar nicht in die Ewigkeit, aber doch in die Zukunft, ungleich zahlreicher als in dem gemeldeten Urtheile der Akademie: und ich sehe es Ihnen an ihrer lächelnden

Mine an, wie sehr ich dadurch bey Ihnen in den Verdacht gekommen bin, daß ich einer lebhaften Einbildungskraft abermal zuviel nachgegeben habe. Es seye so: bey jungen Schriftstellern verdient ja dieser Fehler immer eine kleine Entschuldigung; und in dem gegenwärtigen Falle verdient er es um so viel mehr, da selbst einer der scharfsinnigsten Gelehrten unsers Jahrhunderts, der verehrungswürdige Vater so unendlich vieler Entdeckungen, der große Franklin mit einem Worte, über den künftigen Werth der Montgolfier'schen Entdeckung selbst das rühmliche Urtheil gefällt hat; es ist das Kind, das erst zur Welt gekommen ist (*c'est l'enfant qui vient de naître*).

Ich sehe mich genöthigt, hier meinen ersten Theil zu endigen, und so die Montgolfier'sche Entdeckung in ihrer ersten Wiege auf einige Monate lang zu verlassen. Der Vorrath von Versuchen, von Entdeckungen, von Entwür-

fen, mit welchen sie von Tage zu Tage bereichert wird, ist so groß, daß vor mehrern Jahren noch an keine Endigung meiner Geschichte zu denken ist. Es häufen sich nunmehr die Bemühungen der französischen Gelehrten, mit allen möglichen Mitteln, deren die feinste Mechanik nur immer fähig seyn kann, dem Aerostaten eine willkührliche Richtung, selbst gegen die Gewalt des Windes zu geben; und hier würde eine Seite nicht hinreichend seyn, nur um Ihnen ein vollständiges Verzeichnis der Gelehrten und Künstler zu überreichen, die alle die Montgolfier'sche Entdeckung, als ein ausschließendes Eigenthum ihrer Nation ansehen; die sich in die Wette beeifern, sie zum höchsten Grade der Vollkommenheit zu bringen, und unter deren zahllosen Menge der Name der Erfinder beynahe nicht mehr bemerkt wird. Es wäre wirklich schon zu einem zweyten Theile Vorrath genug übrig, dem Sie in sechs Monaten mit Gewißheit

entgegensehen können, wenn ich anders diesen erstern Theil mit dem Beyfalle des Publikums gekrönt sehen werde, der allein hinlänglich seyn wird, um mir die Fortsetzung dieser Geschichte zu meiner angenehmsten Beschäftigung zu machen.

Strasburg den 23 März
1784.

Innhalt.

Erster Abschnitt.

Montgolfiers erster Versuch zu Annonay, vom 5 Junius.

Zweyter Abschnitt.

Aerostatische Maschine der Herren Robert und Charles zu Paris, den 27 August 1783.

Dritter Abschnitt.

Pariser Versuche, mit aerostatischen Maschinen von kleinerm Durchmesser.

Vierter Abschnitt.

Ueber die brennbare Luft.

Fünfter Abschnitt.

Erste Gründe einer Theorie der specifischen Federkräfte verschiedener Luftarten.

Sechster Abschnitt.

Lehrsätze, nach welchen die Dichtigkeit der Luft und der Barometerstand für jede Höhe bestimmt werden muß, wenn die Masse der Atmosphäre und der Grad ihrer specifischen Federkraft gegeben sind.

Siebenter Abschnitt.

Specifische Federkraft der atmosphärischen Luft, für jeden Grad des Reaumur'schen, de Luc'schen und Fahrenheit'schen Thermometers, aus den Höhenmessungen des de Luc bestimmt. Eben dieselbe, aus den astronomischen Beobachtungen des Mayer und La Caille. Tafel, in welcher für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft, und die zugehörige Subtangente des Logarithmen-Systems berechnet sind. Des Verfassers Regel, aus den vereinigten Beobachtungen des Barometers und Thermometers die specifische Schwere der Luft, und ihr Verhältnis zur Schwere des Quecksilbers zu bestimmen. Coefficient der specifischen Federkraft.

Achter Abschnitt.

Specifische Leichtigkeit des Aerostaten, wann sein Durchmesser, sein Gewicht, die specifische Federkraft der innern Luft, nebst der Barometer- und Thermometerhöhe gegeben sind. Schwierigkeiten dieser Aufgabe: sie fallen weg, so bald die Kraft mit der die Kugel aufsteigt, durch unmittelbare Versuche bestimmt ist. Anwendung der allgemeinen Theorie, auf den Aero-

staten der Herren Charles und Robert. Kraft, mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widersteht.

Neunter Abschnitt.

Theorie der bewegenden und beschleunigenden Kräfte. Allgemeine analytische Formeln, auf denen sie beruht. Beschleunigende Kraft und Bewegung des Aerostaten, unter der Voraussetzung, daß die Luft nicht widersteht.

Zehnter Abschnitt.

Widerstand der Luft. Exponent des Widerstandes. Wahre Differentialgleichung zwischen Geschwindigkeit und Höhe.

Eilfter Abschnitt.

Bewegung des Aerostaten in der untersten Luftschichte, wo die Luft als gleichförmig dichte, und der Exponent des Widerstandes als beständig angesehen werden kann. Terminal-Geschwindigkeit des Huyghens.

Zwölfter Abschnitt.

Allgemeine Auflösung der Differentialgleichung zwischen Geschwindigkeit und Höhe.

Dreyzehnter Abschnitt.

Zweyte Periode der Bewegung des Aerostaten, so lange der Fall des Barometers sich wie die Höhe verhält. Berechnung der Höhe, auf welcher der Aerostate seine gröste Geschwindigkeit erreicht. Analytische Formeln, durch welche die Geschwindigkeit des Aerostaten, und die Dauer seiner Bewegung für jede gegebene Höhe bestimmt werden muß. Abweichung der Geschwindigkeit. Eben dieselbe, für die Zeit : Schwierigkeiten dieser Aufgabe.

Vierzehnter Abschnitt.

Dritte Periode der Bewegung, von der Höhe an, auf welcher der Aerostate seine gröste Geschwindigkeit erreicht hat, bis dahin, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Analytische Formeln für die Geschwindigkeit; Höhe, der die Geschwindigkeit zugehört; Zeit, und beschleunigende Kraft.

Fünfzehnter Abschnitt.

Vierte Periode der Bewegung, von der Höhe an, auf welcher der Aerostate mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, bis seine ganze Geschwindigkeit völlig erschöpft ist.

Sechzehnter Abschnitt.

Bewegung der aerostatischen Maschine der Herren Charles und Robert, durch die Beobachtungen der Herren d'Agelet, Jeaurat, Prevost und le Gentil, von Herrn Meusnier berichtigt, und mit der Theorie verglichen.

Siebenzehnter Abschnitt.

Bacon, Borelli, Lana, Galeni. Erste Versuche der Herren Montgolfier. Verfolg der Geschichte der aerostatischen Versuche, bis auf den ersten des Christmonats 1783. Physische Theorie der Montgolfier'schen Luftkörper. Aussichten in die Zukunft.

Geschichte
der
Aerostatischen Maschinen.

Erster Theil.

Erster Abschnitt.

Montgolfiers erster Versuch zu Annonay den 5 Junius 1783.

Der 27te Brachmonat 1783 war der Tag, an welchem auf die Ankündigung im Pariser Journal, zuerst unter den Gelehrten, bald aber auch unter dem gemeinen Manne das Gerücht von einem der merkwürdigsten Versuche sich verbreitete, welche die Jahrbücher der Naturlehre je werden aufzuweisen haben, der nicht nur den Naturforscher, sondern die Nationen, die ganze Menschheit angehen sollte; und der um so viel unglaublicher war, da sein Geburtsort eine der kleinsten Städte Frankreichs, und eine noch halb wüste

und unausgebildete Provinz seyn sollte, wo der Künstler beynahe von keinem Hilfsmittel unterstützt zu seyn schien. Die beyden Herren **Stephan** und **Joseph von Montgolfier** waren es, welche das Pariser Journal zugleich als die Erfinder ankündigte. Sie besaßen den Beobachtungsgeist, der mit einer genauen Kenntniß der Naturlehre verbunden, sie von einer der alltäglichsten Bemerkungen zu der grösten Entdeckung führen konnte. Die Wolken, die wir beynahe täglich in ungeheurer Ausdehnung an dem Himmel sehen, und die ohngeachtet ihrer Last von der Luft in der Höhe erhalten werden, überzeugten die beyden Brüder von der Möglichkeit eines Körpers, der auf der Höhe der grösten Gebirge in der Luft ruhen könnte, ohne zu fallen, der aber nicht mehr das Werk der Natur, sondern der Kunst seyn sollte. Sie entschloßen sich nicht eher zu ruhen, bis sie, von der feinsten Theorie unterstützt, einen Körper verfertigt hätten, der in allem Betracht eine **künstliche Wolke** seyn sollte.

Es war gewiß nicht das erstemal, daß man diesen Gedanken gehabt hatte; die Naturlehre hat wirklich nichts gegen die Möglichkeit der Sache einzuwenden. Allein das erstemal war es, daß ein Mensch es versuchte, ihn auszuführen. Die Schwierigkeiten, welche die Herren von **Montgolfier** auf ihrem Wege fanden, mußten gewiß groß und vielfältig seyn; allein noch kennen wir sie nicht genau. Es ist zu glauben, daß kleinere Versuche,

die ihnen glücklich gelungen waren, sie aufmunterten größere Entwürfe zu wagen. Auf einmal entschloßen sie sich, ihre Versuche ins Große zu wiederholen; und den fünften Heumonat des verflossenen Jahres wurden die Landstände von Vivarais, die sich damals zu **Annonay** befanden, von den Herren **Montgolfier** eingeladen, einem Versuche beyzuwohnen, der öffentlich unter freyem Himmel geschehen sollte, ohne beyzusetzen, was es wäre.

Man sahe auf dem öffentlichen Platze einen großen Ballon, der blos aus Leinwand, mit Papier gefüttert, bestunde, der hundert und zehn Schuhe im Umfange hatte, und unten an einem hölzernen Gestelle bevestigt war, auf dem er ruhte. Die Erfinder versicherten, daß so bald diese ungeheure fünf Centner schwere Maschine mit einer gewissen künstlichen Luft angefüllt seyn würde, die sie auf die einfachste Weise hervorbringen könnten, sie sich von selbst erheben und bis in den Wolken verlieren sollte. Die Zuschauer warteten begierig auf den Ausgang der Sache; allein es war gewiß keiner unter ihnen, der *nicht, ohngeachtet* des allgemeinen Zutrauens, das man in die Geschicklichkeit und die Talente der Erfinder setzte, an dem glücklichen Erfolge dieser außerordentlichen Unternehmung gezweifelt hätte.

Zur bestimmten Stunde fiengen die Herren **Montgolfier** an, ihr Versprechen ins Werk zu setzen. Man füllte die Kugel mit einem Dunste, der aus angezün-

detem Stroh in sie hinaufsteigen mußte; und die Maschine, die zuvor nichts weiter als ein unförmlicher Sack voller Falten war, schwellte allmählich auf, erhob sich in die Höhe, und stellte nunmehr eine 35 Schuh hohe Kugel vor, die bis auf eine große Entfernung gesehen werden konnte. Es mußten viele Hände arbeiten, um sie noch zurück zu halten; bis sie endlich auf ein gegebenes Zeichen sich selbst überlassen wurde. Sie stieg sodann mit der grösten Geschwindigkeit in die Höhe, und erschien bald dem Auge so klein, daß sie nach einem Verlaufe von zehn Minuten sich wenigstens auf einer Höhe von 6000 Schuhen befinden mußte. Sie wurde in dieser Höhe eine Zeit lang von Winden hin und her getrieben, senkte sich allmählig wieder herunter, und man fand sie auf der Erde 1200 Toisen, das ist, etwas über eine halbe französische Meile weit von dem Orte entfernt, wo sie aufgestiegen war. Es war nun wieder der papierne Sack, zwar unverletzt, aber voller Falten und zusammengefallen, wie zuvor.

Hiemit war also der erste große Versuch vollendet, und nicht leicht werden diejenigen, welche die Verdienste des Gelehrten zu schätzen wissen, ihm ihr Erstaunen und ihre Bewunderung versagen können. Die meisten der großen Entdeckungen, deren sich der europäische Menschenverstand mit so vielem Rechte zu rühmen hat, waren entweder blos die Sache eines ungefähren

Zufalls, oder wenn je Genie und Erfindungsgeist ihre ersten Urheber geleitet hatten, so waren doch immer die ersten Versuche sehr unvollkommen gewesen, und es wurden Jahrhunderte erfordert, um den ausgestreuten Saamen auch nur zum Keime zu bringen. Montgolfier, der eine gründliche Kenntniß der Mathematik und Naturlehre nöthig hatte, nur um von der Möglichkeit seines großen Entwurfes überzeugt zu seyn; der die feinere Chymie genau kennen mußte, um das Gas ausfindig zu machen, mit dem die Maschine gefüllt werden konnte; der eine ausgebreitete Kenntniß in der Mechanik und Technologie, und noch überdieß die ganz eigene Geschicklichkeit des Künstlers in sich vereinigen mußte, um seine Kugel zu Stande zu bringen; der von allen Gelehrten, von allen Künstlern, von allen Vorzügen der Hauptstadt entfernt, in einem kleinen Städtchen lebte, wohin vielleicht nie eine gelehrte Zeitung, nie eine Nachricht von neuen Entdeckungen gedrungen war; Montgolfier fieng seine größern Versuche mit einer ungeheuren fünf Centner schweren Kugel an, die zum Erstaunen von Europa über die Wolken stieg; er führte sein Werk mit einer Geschicklichkeit aus, in der beynahe drey Monate hernach die grösten Naturforscher Frankreichs ihn nicht erreichen konnten: und noch sind seit jenen merkwürdigen Tagen keine volle neun Monate verflossen, so ist schon die Möglichkeit, in den höhern

Regionen der Atmosphäre Reisen anzustellen, durch eine ganze Reihe glücklicher Versuche zum höchsten Grade der Gewißheit gebracht.

Zweyter Abschnitt.

Zweyte aerostatische Kugel der Herren Robert und Charles zu Paris.

Den 27 August 1783.

Die großen Naturforscher Frankreichs ließen den beyden Montgolfiers nicht Zeit eine zweyte Kugel zu verfertigen. Von der Möglichkeit der Sache durch eine aufgeklärte Kenntnis der Physik, und von ihrer Gewißheit durch die öffentlichen Berichte überzeugt, boten sie augenblicklich den vereinigten Kräften ihrer Wissenschaften auf, um den Montgolfierschen großen Versuch zu wiederholen. Das Problem war offenbar kein anderes, als einen Körper zu verfertigen, von wenigstens zwölf oder achtzehn Schuhen im Durchmesser, der leichter seye als so viel atmosphärische Luft, als er aus dem Platze trieb. Es mußte dieser Körper, überhaupt genommen, sehr leicht seyn; denn die verschiedenen Luftarten stehen selbst schon auf der äußersten Grenze der specifischen Leichtigkeit derjenigen Körper, welche die Naturlehre

untersucht hat. Es konnte dieser Körper nicht massiv, er mußte hohl, und zwar von dem dünnsten und feinsten Zeuge verfertigt seyn. Er mußte mit einer Luftart angefüllt seyn, die ihn in der Ausdehnung erhalten konnte, um nicht, von der äußern Luft zusammengedrückt, seine specifische Leichtigkeit zu verlieren. Diese Luftart mußte leichter seyn, als die atmosphärische Luft, wenn anders der Körper in die Höhe steigen sollte; und doch specifisch elastischer als sie, um bey ihrer geringen Dichtigkeit ihr das Gleichgewicht zu halten. Es mußte endlich der Zeug der Kugel zugleich dichte genug seyn, um die innere Luft eingeschlossen zu halten, ohne ihr den Durchgang zu verstatten. Dieß waren die Bedingungen der Aufgabe, mit deren Auflösung die Pariser Gelehrten beschäftigt waren.

Wir kennen wirklich seit Priestley's Entdeckung eine Luftart, welche bey gleicher Federkraft zehnmal leichter ist, als die atmosphärische, welche die Natur in sehr vielen Fällen selbst schon liefert, und welche die Kunst am leichtesten aus dem Eisen und dem Zink durch die Vermittlung der Vitriolsäure erhält. **Montgolfier** hatte mit dieser Luft seine Kugel gewiß nicht gefüllt; seine Luft war bey gleicher Federkraft nur halb so schwer als die atmosphärische; und wie wollten die beyden **Montgolfier's** in einem kleinen Städtchen von Vivarais Eisen und Vitriolsäure genug herbekommen haben, um vierzig

tausend Kubikschuhe Luft zu erhalten? Allein man kannte das Montgolfiersche Gas noch nicht; man entschloß sich also für die brennbare Luft, und es blieb nichts übrig zur Erreichung dieses Endzweks, als es mit ihr zu versuchen, so mühsam und kostbar sie auch seyn würde. Die Hülle der Kugel konnte wohl nichts anders als Taffent, mit elastischem Harze überzogen, seyn, so wie ihn Bernard zu Paris verkaufte; wenigstens kannte man sonst keinen Zeug, der dicht genug wäre, um die brennbare Luft eingeschlossen zu halten. Allein die Schwierigkeiten waren immer noch so groß, daß man mit einer Kugel von zwölf Schuhen im Durchmesser zufrieden seyn mußte.

Man machte diesen Entwurf bekannt, man begehrte Unterstützung, und wirklich war auch der Eifer für die Naturlehre bey den Vornehmen und Reichen in Paris so groß, daß jeder sich in die Wette beeiferte, das Seinige zur Ausführung eines Versuchs beyzutragen, der, wenn er gelingen sollte, der Nation die gröste Ehre machen würde, bey dem es aber aus vielen Ursachen nur allzu wahrscheinlich war, daß er unglücklich ablaufen müßte.

Die Verfertigung der Kugel selbst machte die wenigsten Schwierigkeiten. Sie war schon den drey und zwanzigsten August im völligen Stande, und sah so wie Montgolfier's seine einem Sacke voller Falten ähnlich. Man

drückte sie mit Fleiß zusammen, um die atmosphärische Luft alle hinauszubringen, und dann wurde der Raum, durch den sie eindringen konnte, vest zugeschlossen.

Das Füllen der Maschine mit brennbarer Luft machte ungleich mehr Mühe. Nach einigen zwar sinnreichen, aber vergeblichen Versuchen, bediente man sich hiezu eines Fasses, das oben mit einer Oeffnung versehen war, durch welche man Eisenfeile und geschwächten Vitriolgeist in großer Menge hinein warf, uud jedesmal die Oeffnung gleich wieder zustopfte. Die brennbare Luft, die sich sogleich durch heftiges Brausen ankündigte, gieng sodann durch eine andere kleine Oeffnung zuerst in eine Röhre von Blech, und von da drang sie weiter, durch einen Hahn, der geöffnet und zugeschlossen werden konnte, in das Innere der Kugel. Es gieng dieses Verfahren zwar ziemlich geschwinde, weil niemand anders sich damit beschäftigte, als Kenner der Wissenschaft, die mit einem wahren Eifer für sie erfüllt waren; allein man entdeckte gleich in der ersten Viertelstunde, daß es noch voller Unvollkommenheiten und Fehler war.

Der Grad der Hitze dabey war so heftig, daß ein großer Theil des Wassers, das mit der Vitriolsäure vermengt war, sich in Dämpfe auflösete, welche, verbunden mit der flüchtigen Schwefelsäure, die sich zugleich entwikelte, fressend und ganz kaustisch wurden.

Die brennbare Luft selbst, so wie sie in das Innere der Maschine hinaufstieg, verdickte sich, wurde zu Tropfen und tropfte so an der ganzen Länge des Taffents herab, den sie ohne das elastische Harz gewiß zerfressen hätte. Man war also genöthigt, dieses saure Wasser, das die unterste Oeffnung der Maschine verstopfte, von Zeit zu Zeit herauslaufen zu lassen.

Die Hitze selbst würde der Maschine sowohl als den Umstehenden verderblich worden seyn, hätte man nicht den Hahn und die blecherne Röhre immer mit feuchten Tüchern umwikelt, und noch überdieß den untern Theil der Kugel von Zeit zu Zeit mit kaltem Wasser erfrischt.

Bey allen diesen Schwierigkeiten war um neun Uhr des Abends die Kugel doch zum dritten Theile mit brennbarer Luft angefüllt. Auf den Abend wurde durch die wohlgemeinte Unvorsichtigkeit eines der Arbeitsleute das ganze Tagwerk wieder zernichtet. Er gieng hin, in der Absicht den Hahn noch vester zuzuschließen, und drehte ihn unvorsichtiger Weise auf die andere Seite. Des folgenden Tages in der Frühe, da man die Kugel besahe, fand man sie entsetzlich aufgetrieben und beynahe voll Luft. Es war nur zu gewiß, daß es durch nichts anders als den Eintritt der atmosphärischen Luft geschehen war; denn wirklich stand brennbare und atmosphärische Luft in der Kugel in einem solchen Verhältnisse, daß, da man mit der Pistole von Volta die Probe machte, alle

Luft sich mit einem großen Knall entzündete, und in einem Augenblicke verzehrt wurde.

Es fehlte gleichwohl an Eifer nicht, die Arbeit wieder von neuem anzufangen; man ließ sich weder die Unkosten reuen, die tausend Pfund Eisenfeile und vierhundert acht und neunzig Pfund concentrirte Vitriolsäure erforderten, noch die Schwierigkeiten, die Gefahr, und den verderblichen Geruch, der damit verbunden war. Noch der nemliche vier und zwanzigste August wurde ganz dazu angewandt, die Kugel von neuem zu füllen, und brennbare Luft zu erzeugen; und nun erst war diese ungeheure Arbeit mit einem glücklichen Erfolge gekrönt. Denn um sechs Uhr des Abends, ob sie gleich nur zur Hälfte gefüllt war, fieng sie schon an von selbst sich zu erheben, und um sieben Uhr befanden sich die Seile, durch die die Maschine zurückgehalten wurde, schon alle in der äußersten Spannung. Man that alles, um den unglücklichen Zufall des ersten Abends zu verhüten, und man erreichte auch hierdurch die Absicht, daß noch den andern Morgen die Kugel im besten Zustande war, ausgenommen, daß die Menge der brennbaren Luft sich, wie natürlich, um etwas verringert hatte; ein Verlust, der aber gleich wieder durch neue Luft ersetzt werden konnte. In diesem Zustande hielt die Kugel in der Frühe um sechs Uhr ein und zwanzig Pfund, abends um neun Uhr nur noch achtzehn Pfund in der Höhe; sie hatte also in

fünfzehn Stunden drey Pfund verloren; wir werden bald sehen, wie dieses zu verstehen ist. Beydemal war sie nur zur Hälfte gefüllt, und man wollte sie nicht weiter füllen, weil man den damit anzustellenden Versuch erst auf den sieben und zwanzigsten vestgesetzt hatte.

Den sechs und zwanzigsten erhob sich die Kugel, obgleich noch lange nicht ganz gefüllt, schon bis auf die Höhe von hundert Schuhen. Eine zahllose Menge von Zuschauern versammelte sich von allen Seiten. Der Platz de Victoire war voller Leute, denen man Erstaunen und Bewunderung auf den Gesichtern las. Man war genöthigt die Kugel wieder mit Gewalt herunter zu ziehen, um sie vor dem Winde in Sicherheit zu stellen, der sie beschädigen konnte. Da man sie nun nicht mehr in der Höhe sehen konnte, so war der Zulauf der Leute, die sich in den Hof drängten, so groß, daß selbst eine Wache zu Pferd und zu Fuß sie nicht mehr abhalten konnte; man mußte die Thore offen lassen, um die beynahe gewaltthätige Neugierde des Publikums einigermassen zu befriedigen.

Der sieben und zwanzigste August kam endlich heran. Die Directeurs hatten sich anfänglich vorgesetzt, die Kugel auf der Höhe von hundert Schuhen zum Hofe hinaus über die Häuser von Paris hinüber an Seilern auf den bestimmten Platz zu leiten; allein es hätte dies bey Tage geschehen müssen; und das war es eben, was

man vermeiden wollte, um nicht durch die allzugroße Menge von müßigen Zuschauern gehindert zu werden. Es blieb also nichts übrig, als sie, so wie sie war, geschickten Händen anzuvertrauen, sie durch die Thore des Hofes durchzuführen, und sich dabey des Vortheils zu bedienen, daß sie nur zur Hälfte gefüllt war, so daß man sie von den Seiten etwas zusammendrücken und ihr eine verlängerte Gestalt geben konnte.

Man machte auf dem Champ de Mars, wo der Versuch angestellt werden sollte, zum Voraus die nöthigen Zubereitungen. Um zwey Uhr nach Mitternacht wurde die Kugel zum Thore hinaus mitten auf den Platz Victoire getragen, und von da mit einer Art von Feyerlichkeit zuerst auf das gehörige Gerüste gebracht. Mit brennenden Fackeln, mit einer Gesellschaft von Liebhabern der Wissenschaft, die die Ausführung dieses Versuchs auf sich genommen hatten, und mit einer zahlreichen Wache zu Pferd und zu Fuß umgeben, mußte dieser große Körper über alle, die ihn sahen, Ehrfurcht und geheimnisvolles Stillschweigen verbreiten. Selbst die Kutscher, welche die Ehre hatten diesem Meisterstücke der Naturlehre zu begegnen, hielten mitten auf der Straße still, stiegen mit der grösten Höflichkeit von ihren Sitzen ab, und blieben tief gebeugt mit abgenommenen Hüten so lange stehen, bis die Maschine vorüber war.

Sie gieng durch die Straßen Petit = Champs, St. Nikaise, durch das Carousel, über die Königsbrücke, durch die Bourbon = und die Invalidenstraßen, langte bey der Militairschule an, und mitten auf dem Champ de Mars hielt das ganze Gefolge still. Es machte dieß überhaupt einen Weg von siebenzehnhundert Toisen aus. Die Kugel ward durch viele Seile zurückgehalten, die mit vielen eisernen Ringen an die Erde bevestigt waren. Mit dem Anbruche des Tages fieng man an die brennbare Luft, die noch fehlte, in die Kugel hineinzubringen. Mittags hatte sie schon eine schöne regelmäßige Gestalt, und war völlig ausgedehnt. Um drey Uhr war das ganze Champ de Mars von einem Ende bis zum andern voll Menschen; und eben so sahe man auf den Ufern der Seine, auf dem Wege der nach Versailles führt, und auf dem Amphitheater zu Passy nichts als Zuschauer; auch im Hotel der Militairschule waren alle Fenster mit Personen vom ersten Range besetzt. Um fünf Uhr Abends war ein Kanonenschuß das Zeichen, daß der Versuch seinen Anfang nehmen sollte; er diente zugleich, die Gelehrten aufmerksam zu machen, die auf dem Altane des Garde = Meuble der Krone, auf dem Thurne der Cathedralkirche, und auf dem Hotel der Militairschule den Lauf der Kugel durch unmittelbare Beobachtungen, verbunden mit der feinsten Analysis, berichtigen sollten.

In diesem Augenblicke wurde die Kugel sich selbst überlassen, und sie hob sich zum Erstaunen aller Zuschauer mit einer solchen Geschwindigkeit empor, daß sie in Zeit von zwey Minuten die Höhe von vierhundert acht und achtzig Toisen erreichte. Sie verlor sich dort in einem dunkeln Gewölke, und ein zweyter Kanonenschuß machte die Nachricht von ihrem Verschwinden allgemein. Einen Augenblick darauf hatte sie den ganzen Durchmesser dieser Wolke zurückgelegt, und wurde wieder sichtbar, aber dem Auge nach unmerklich klein; bald darauf verschwand sie wieder in den Wolken, und wurde nicht mehr gesehen, indem ein darauf erfolgter heftiger Regen sie der Aufmerksamkeit von Paris auf immer entzog.

Es ist nicht zu beschreiben, was der Anblick eines ungeheuren Körpers, der in den höhern Regionen der Atmosphäre, wohin von Anfang der Welt her nur Adler hatten kommen können, auf die Gemüther aller Zuschauer für einen außerordentlichen Eindruck machen mußte; sie waren alle mit einem Gefühle von Ehrfurcht und von Bewunderung erfüllt, das dem Enthusiasmus nahe kam. Die Damen selbst, die sich mit dem grösten Geschmacke und nach Verhältniß ihres Standes auch prächtig angekleidet hatten, blieben diese ganze Zeit über dem häufigsten Regen ausgesetzt; sie wollten weit eher ihren Puz in Unordnung gebracht sehen, als sich selbst das Vergnügen entsagen, Zeugen einer Unternehmung gewesen

zu seyn, deren Ausgang sich so sehr von den gewöhnlichen Gesezen der Natur zu entfernen schien, die in aller Absicht eine der merkwürdigsten ihres Jahrhunderts war, und die ihrer Nation zur grösten Ehre gereichte.

Bey dem glücklichen Erfolge dieses Versuches, hatte man doch in der Ausführung zwey große Fehler begangen. Der erste war der, daß man um die Kugel völlig zu füllen, atmosphärische Luft sich hineindringen ließ, wodurch man nicht nur die Schwere des Körpers vermehrte, sondern auch ihn selbst der Gefahr einer allzu starken Ausdehnung ausseżte. Der zweyte noch größere Fehler war, daß man die Kugel mit der großen Menge innerer Luft gleich diejenige große Ausdehnung annehmen ließ, der sie nur immer fähig seyn konnte. Man sieht leicht ein, daß wenn sie in diesen untersten Luftschichten schon diejenige Ausdehnung ausstehen mußte, die sie nur immer ertragen konnte, sie in den höhern Regionen, wo die äußere Luft an ihrer Elasticität verloren hatte, da die Federkraft der innern Luft noch die nemliche war, gewiß noch mehr ausgedehnt werden und also nothwendig reißen mußte. Die Directeurs des Versuches hatten dieses vorausgesehen, sie hatten auch Befehle gegeben, diesen Fehler zu vermeiden; allein in dem außerordentlichen Gedränge war es nicht mehr möglich gewesen sie anzuhören.

Dieß war die Ursache, warum die Kugel sich nicht länger als drey Viertelstunden in der Höhe halten konnte. Man erhielt erst den folgenden Tag die Nachricht, daß sie von den Bauern aus Gonesse gefunden und aufgefangen worden war, die sie eine Meile weit über die Aecker hinschleiften, und in den erbärmlichsten Zustand versetzten. Sie war von allen Seiten zerrissen, und einer dieser Risse war die Ursache, warum sie fallen mußte. Die Entfernung von dem Champ de Mars bis nach Ecouen, wo sie die Erde wieder erreichte, beträgt fünf französische Meilen.

Der Herr Faujas de Saint-Fond war es, dessen edler Eifer für die Wissenschaften die eigentliche Triebfeder der ganzen Unternehmung gewesen war. Er machte zuerst den Entwurf, den Montgolfierschen Versuch zu wiederholen, und er ruhte nicht, bis die hinlängliche Anzahl der Unterzeichneten beysammen war, die zu Bestreitung der Unkosten erfodert wurde. Die Herren Robert und Charles, die schon vorher den nemlichen Gedanken gehabt hatten, nahmen die Ausführung davon über sich. Sie verfertigten die Kugel nach einer eigenen Theorie, und nach Grundsätzen, die von den Montgolfierschen ganz verschieden waren; und ihnen gebührt daher in der Erfindung die zwote Stelle. Die Kugel selbst hatte zwölf Schuh, zwey Zoll im Durchmesser; ihr Umfang also war acht und dreyßig Schuh, drey Zoll und acht Linien,

ihr körperlicher Innhalt neunhundert, drey und vierzig Kubikschuh; das Gewicht des Taffents und des Hahns war fünf und zwanzig Pfund, und die Gewalt, mit der sie aufstieg, fünf und dreyßig Pfund.

Seit diesem wichtigen Versuche war Montgolfiers Ruhm in Frankreich auf immer entschieden. Astronomen, Naturkündiger, Calculateurs, alle boten nun ihrer ganzen Wissenschaft auf, um die neue Erfindung, die nun kein Hirngespinnst mehr war, in die Wette zur Vollkommenheit zu bringen. Vor der zahllosen Menge derer, die in den beyden **Montgolfier's** nichts weniger als Männer sahen, denen die Nation Ehrensäulen errichten sollte, bemerkte man gar nicht die wenigen Spötter, die, gewohnt, über alles zu lachen, auch Montgolfiers Maschine zum Gegenstande ihrer Satyren zu machen suchten. Man ließ sie reden, und hörte sie nicht.

Eben so wenig Aufmerksamkeit erregten die wenigen misgünstigen Gelehrten, die, unfähig das wahre Verdienst des Erfinders zu schätzen, sich damit beschäftigten, Spuren dieser Erfindung in den Werken eines **Leibniz, Borelli, Lana, Galeni** und **Cavallo** aufzusuchen. Alle diese sonderbaren Vorwürfe hat **Faujas de St. Fond** in seiner Vorrede hinlänglich widerlegt, und gezeigt, daß **Borelli** und **Leibniz** die Sache immer geleugnet haben; daß **Lana's** Projekt in der Ausführung unmöglich, und **Galeni's** Erfindung ein lächerliches

Spiel seiner Einbildungskraft ist. Cavallo allein hatte wirklich schon zu London Seifenblasen mit brennbarer Luft gefüllt, in die Höhe steigen sehen, und er hatte hieraus geschlossen, daß es wirklich möglich seye, auch größere Körper zu verfertigen, die sich in der höhern Luft erhalten könnten; allein von einem vorübergehenden Gedanken bis zur wirklichen Ausführung ist es noch sehr weit; und den Herren Montgolfiers gehört nicht minder die ganze Ehre der Erfindung.

Schon den siebenzehnten September kündigte Herr Pilatre de Rosier in dem Pariser Journale sein Vorhaben an, den Herren Montgolfiers und ihrer Nation zu Ehren einen Kupferstich verfertigen zu lassen, der unter dem Schutze von Monsieur und Madame den Zeitpunkt der Entdeckung der aerostatischen Kugeln auf immer vestsetzen sollte. Er begehrte von dem Publikum Unterstützung und versprach den Ueberschuß der Summe zur Verfertigung einer neuen Kugel anzuwenden, in der er selbst sich in die Luft erheben würde.

Auch die Dichter stimmten ihre Saiten, um den Namen Montgolfier zu verewigen. Unter allen den Gedichten, die im Drucke erschienen sind, erlaube man uns nur die Verse des Herrn Gudin de la Brenellerie herzusetzen; sie sind wirklich schön.

Non, ce n'eſt point Icare, oſant quitter la terre;
Ce n'eſt point d'Archimède un enfant téméraire,
Dont l'audace effrayante & l'inutile effort
Franchit un court eſpace à l'aide d'un reſſort;
C'eſt la nature même, à l'étude aſſervie,
Et qui prête aujourd'hui ſes aîles au Génie.
Je ne la brave point, j'obéis à ſa voix,
Et je ſuis dans les airs ſes immuables loix.
Ce Globe qui s'éleve, & qui perce la nue,
De l'empire des airs nous ouvre l'étendue.
L'homme de qui l'inſtinct eſt de tout hazarder,
Dont le ſort eſt de vaincre, & de tout poſſéder,
Lui qui dompta les mers, qui mépriſant l'orage,
Mit un frein à la foudre, & dirigea ſa rage,
Que peut-il craindre encor? le roi des élémens
Dans ſon vol à ſon char attellera les vents.
Et des monts applanis l'impuiſſante barrière
Ne l'arrêtera plus dans ſa noble carrière.
D'un nouvel océan, Argonautes nouveaux,
De COLOMB & de COOK ſurpaſſez les travaux;
Suivez ce MONTGOLFIER, qui d'une main certaine
A de la peſanteur enfin briſé la chaine,
Partez, volez, cherchez dans les plaines d'azur
Un air moins variable, un horizon plus pur,
Gliſſez d'un vol léger ſur les glaces auſtrales,
Jouez-vous au milieu des flammes boréales;

Les champs de l'atmoſphère, autrefois interdits,
Ouverts par nos efforts vont nous être ſoumis.
Aggrandiſſez l'enceinte à nos ayeux preſcrite
Et du globe atteignez la dernière limite.
Les peuples éperdus vous prendront pour des Dieux;
Imitez les en tout, ſoyez juſtes comme eux.
Par la rapidité rapprochez les diſtances,
Répandez les bienfaits plus que les connoiſſances,
Des ſauvages humains adouciſſez les mœurs,
Vous les avez inſtruits, vous les rendez meilleurs.
C'eſt l'eſpoir qui me luit; c'eſt votre deſtinée,
Que j'annonce en ce jour à l'Europe étonnée.
J'anticipe les tems, je lis dans l'avenir,
Je prédis les ſuccès dont vous allez jouir.
Vous, timides eſprits, pour qui tout eſt prodige,
Vous, détracteurs jaloux, que tout ſuccès afflige,
Frémiſſez, mais voyez, ce que l'art peut tenter,
Concevez ce qu'un jour il peut exécuter.
N'allez pas à mes vœux alléguer l'impoſſible;
Au travail qui s'obſtine il n'eſt rien d'invincible
COOK marche au fond des mers : MONTGOLFIER
vole aux cieux,
Ouvrez moi les enfers, j'en éteindrai les feux.
Vous, CHARLES, Vous, ROBERT, de qui les
mains habiles
Trouvent les élémens & les métaux dociles,

Pour un plus grand objet deployez vos talens;
A ce navire heureux, plus léger que les vents
Hatez-vous d'ajouter ou la rame ou la voile.
Que d'un art tout nouveau le secret se dévoile.
Craignez que quelque Anglois, hardi navigateur,
De cette invention ne nous vole l'honneur.
Plus d'un nous a ravi par sa longue constance
Des secrets découverts & négligés en France.
Ce peuple qui s'est dit le souverain des mers,
Va bientot tout tenter pour être roi des airs;
N'allez pas dans votre art lui céder la victoire,
Servez votre patrie, & sauvez votre gloire.

Es ist Schade für den allgemeinen Beyfall, mit dem sich die Erfinder von allen Seiten umgeben sahen, daß Voltaire nicht mehr lebte. Allein noch unendlich mehr verlor die Theorie dieser Kugeln dadurch, daß vor einigen Monaten der große Euler von dem Schauplatze der Welt und der Wissenschaften abtreten mußte, der sich noch in den lezten Tagen seines Lebens damit beschäftigt, und durch Rechnung bestimmt hatte, daß eine Kugel von hundert Schuhen im Durchmesser in der ersten Secunde ein und vierzig Schuh zurücklegen müßte.

Dritter Abschnitt.

Versuche mit kleinern aerostatischen Kugeln, bis auf den 12 Sept. 1783.

Die Begierde, aerostatische Kugeln von kleinerm Durchmesser zu verfertigen und in die Höhe steigen zu sehen, wurde bald in Paris allgemein. Man kannte die Montgolfiersche Methode noch nicht; und obgleich der jüngere Montgolfier schon einige Tage vor dem großen Versuche auf dem Champ de Mars zu Paris angekommen war, so hatte er doch erklärt, daß er sein Geheimnis sich vorbehalten würde, bis zur Ausführung eines zweyten Versuchs, den er auf die Aufforderung der königlichen Academie der Wissenschaften über sich genommen hatte. Er legte augenblicklich die Hand an eine große Maschine von siebenzig Schuhen in der Höhe, und vierzig im Durchmesser; allein sie konnte vor dem zwölften des Herbstmonats nicht fertig werden; und vierzehn Tage dünkten den vornehmern Freunden, die die Physik in Frankreich hatte, ein ganzes Jahr zu seyn. Man sahe sich also genöthigt, das Verfahren der Herren Robert und Charles im Ganzen zu befolgen, und unterdessen sich mit der brennbaren Luft zu begnügen, so viele

Schwierigkeiten auch dabey nur immer vorkommen könnten.

Taffent, mit elastischem Harze überzogen, war für kleinere Kugeln viel zu schwer; und leichtes feines Papier war für die brennbare Luft ein Sieb, durch das sie gar nicht zurückgehalten werden konnte. Ein Mahler Deschamps de Neufchateau, hatte den glücklichen Einfall, Goldschlagerhäutchen (peau de beaudruche) dazu zu brauchen. Er theilte dieses dem Herrn von Beaumanoir mit, der die Vorzüge davon einsahe, und sogleich den ersten Ballon dieser Art, von achtzehn Zoll im Durchmesser verfertigte.

Mittags den eilften Herbstmonat wurde der Versuch mit dieser Kugel in dem Garten des Hotel de Surgeres angestellt; sie erhob sich an einem seidenen Faden bis in die Höhe von fünfzig Schuh. Abends um fünf Uhr, von neuem mit brennbarer Luft angefüllt, wurde sie sich selbst überlassen. Sie erhob sich unermeßlich hoch, wurde nach Neuilly hingetrieben, und man sahe sie bald nicht mehr.

Deschamps verfertigte nun mehrere Ballons, von verschiedenem Durchmesser, und war bald so glücklich, ihnen die vollkommenste Figur einer Kugel oder eines Eyes geben zu können. Die kleinste Kugel, die er verfertigt hat, und die unserer Geschicklichkeit nie zu groß seyn wird, war von sechs Zoll im Durchmesser. Faujas de

Saint-Fond füllte sie mit der brennbaren Luft, die er aus dem Zink durch Vermittlung der Kochsalzsäure erhielt; sie stieg sehr geschwind empor, bis an die Decke des Zimmers, wo sie hängen blieb. Sie hätte sich gewiß aus dem Gesichte verloren, wenn man sie sich selbst überlassen hätte, allein sie war zu andern Versuchen bestimmt. Es wog diese Kugel 36 Gran. Der körperliche Innhalt war 113 1/7 Kubikzolle. Man weis durch Versuche, daß das Gewicht von einem Kubikschuh oder 1728 Kubikzollen atmosphärischer Luft 780 Grane beträgt; es wog also die atmosphärische Luft, die von der Kugel aus dem Platze getrieben wurde, 51 Gran. Der zehnte Theil hievon, oder 5 Gran, war ungefähr das Gewicht der innern brennbaren Luft; das Gewicht also der ganzen gefüllten Kugel 41 Gran. Es bleibt daher für die Kraft, mit der die Kugel sich erheben konnte, nur zehn Gran übrig; und da dieses durch mehrere Umstände noch mehr muß vermindert worden seyn, so war gewiß die Kugel des Deschamps die kleinste, die sich je wird machen lassen.

In wenig Tagen waren aerostatische Kugeln nach der Methode des Herrn Deschamps das allgemeine Spiel der Kinder in ganz Paris. Man sahe ihrer täglich sowohl in der Stadt als auf dem Lande mehrere aufsteigen. Allein es traf auch hier das Sprichwort ein: daß alle Freuden dieses Lebens vergänglich, und nur zu geschwind

der Zernichtung unterworfen sind. Denn auch diese Kugeln haben außer dem, daß sie sehr theuer sind, noch die beyden großen Fehler, daß sie die Feuchtigkeit an sich ziehen, und also immer an Gewicht zunehmen; und daß sie die brennbare Luft nicht lange eingeschlossen halten, die sich sehr geschwinde durch die Löcherchen der Haut verliert.

Vierter Abschnitt.

Von der brennbaren Luft.

Wir haben gesehen, daß bey dem Versuche auf dem Champ de Mars die brennbare Luft eine vorzügliche Rolle spielte. Sie war es, mit der die Kugel gefüllt werden mußte, und die mit ihrer sehr geringen specifischen Schwere verursachte, daß die ganze Kugel mit ihr leichter war, als der Theil der gemeinen Luft, der zuvor ihre Stelle einnahm; sie war es, die bey dieser geringen Dichtigkeit doch noch elastisch genug war, um dem Drucke der Atmosphäre zu widerstehen. Es wird zwar nie leicht eine Luftkugel von siebenzig Schuhen im Durchmesser mit brennbarer Luft gefüllt werden, und nie wird bey einer so ungeheuren Maschine diese Luftart die Triebfeder seyn; die Schwierigkeiten bey jener Kugel

von mittlerer Größe der Herren Charles und Robert waren schon groß genug. Allein bey kleinern Kugeln ist sie unentbehrlich; und sie verdient um so viel mehr unsere Aufmerksamkeit, da der Versuch mit jener Kugel einer derjenigen außerordentlichen Versuche ist, deren die ganze Physik sehr wenige aufzuweisen hat, und die noch in mehr als einem Jahrhunderte in unvergeßlichem Andenken seyn werden.

Die Geschichte der brennbaren Luft muß wohl sehr alt seyn, indem selbst die Natur sie in großer Menge hervorbringt. Sie dünstet aus sehr vielen Höhlen aus, sie bedeckt die Oberfläche von mehrern Quellen mineralischen oder faulenden Wassers; sie erfüllt sehr oft die unterirdischen Gänge der Bergwerke, entzündet sich an den Lichtern der Arbeiter, mit einem gewaltsamen und sehr oft tödtlichen Knalle. Auch die Kunst brachte sie sehr frühe hervor. Schon die ältesten Schriftsteller der Chymie in jenen noch unaufgeklärten Zeiten der Wissenschaft der vorigen Jahrhunderte, bemerkten sie sehr oft bey ihren Auflösungen der Metalle in mineralischen Säuren; und dies ist auch der Weg, den die neuern Chymiker eingeschlagen haben, um die Natur der brennbaren Luft genauer zu bestimmen.

Die vielfältigen Versuche eines Hales, Cavendish, Priestley, Lavoisier, Lassone, Macquer haben uns gelehrt, daß aus sehr vielen Auflösungen brennbare

Luft zu erhalten ist; allein noch ist die große Frage unentschieden geblieben, ob die kleinen Verschiedenheiten, die man unter ihnen beobachtet hat, wesentlich oder blos zufällig sind; ob es nur eine brennbare Luft giebt, oder ob wir mehrere Arten annehmen müssen, die ihrer Natur nach von einander unterschieden sind. Es kann diese Frage nicht anders als durch Versuche entschieden werden, und sie wird es erst alsdann seyn, wenn die Chymie sich in Stand gesetzt sehen wird, alle verschiedenen Gattungen brennbarer Luft durch wiederholte Läuterungen auf eine einzige zurückzuführen.

Von den mineralischen Körpern können wir die reinste brennbare Luft, die uns zum Maasstabe aller übrigen dienen kann, am ersten erwarten. Sie sind schon ihrer Natur nach die einfachsten; ihre Auflösungen sind die vollkommensten, und wenn je die Rechnung auch bey der Chymie angebracht werden kann, so wird es gewiß hier am ersten seyn. Und unter allen mineralischen Körpern ist das Eisen derjenige, der sie uns am wohlfeilsten, am zuverläßigsten, und in ziemlich großer Menge liefert.

Der Versuch selbst ist einer der leichtesten, den die Physik aufweisen kann. Man thut grobe Eisenfeile in ein gläsernes Gefäß, gießt Vitriolsäure darüber, die mit doppelt oder dreymal so viel Wasser geschwächt seyn muß, indem sie mit ihrem concentrirten Zustande die Eisenfeile nie angreifen würde. Das Aufbrausen und die Hitze,

die sie sogleich erzeugt, kündigt an, daß die Eisenfeile aufgelöst wird; und dann steigt aus der Auflösung die brennbare Luft in sichtbaren Dünsten in die Höhe; die man so, wie alle übrigen künstlichen Luftarten, in verschlossenen Gefäßen sammeln und aufbewahren kann.

Es hat diese Luft ihre vollkommene Durchsichtigkeit und ihre Elasticität mit der atmosphärischen Luft gemein; allein sie ist in sehr viel andern Absichten wesentlich von ihr unterschieden.

Sie ist zur Respiration der Thiere ganz untauglich. Ein Thier in ein Gefäß voll solcher Luft gesetzt, erstikt plözlich, so wie in der mephytischen Luft, und so, wie vermuthlich, in allen übrigen künstlichen Luftarten, die dephlogistisirte ausgenommen.

In Rücksicht auf das andere große Merkmal, woran man künstliche Luftarten erkennt, ob sie nemlich zur Unterhaltung der Flamme dienlich sind, erkennt man an ihr einen Körper, der ganz in die Klasse der brennbaren gehört. Sie nährt das Feuer, so lange der gemeinen atmosphärischen Luft ein freyer Zutritt gestattet wird. Allein die Flamme verlöscht in ihr, so bald dieser freye Zutritt aufgehoben wird. Sie nährt also wirklich die Flamme, so wie alle übrigen brennbaren Körper; dieses geschieht aber in einem ganz andern Verstande, als man von der atmosphärischen Luft sagt, daß sie das Feuer nähre.

Man weiß, daß die atmosphärische Luft in so fern zur Unterhaltung der Flamme etwas beyträgt, daß ihr freyer Zutritt dabey nothwendig ist, und daß ohne diesen die Flamme erlöschen muß. Diese Beobachtung, und die andere, daß je freyer und heftiger der Zug der Luft ist, desto mehr auch die Hitze vermehrt und die Verzehrung des brennbaren Körpers befördert werde, wie leicht müste sie uns auf die Vermuthung bringen, in ihr die Nahrung des Feuers zu suchen, wenn nicht die Gewißheit, in der wir sind, daß die reine atmosphärische Luft keine brennbaren Theile enthalte, es uns unmöglich machte, ihr ein Recht zuzueignen, das nur brennbaren Körpern eigen seyn kann.

Die Frage, warum die Gegenwart der gemeinen Luft zur Unterhaltung des Feuers so unentbehrlich sey, da doch in ihr nichts ist, das zu seiner Nahrung etwas beytragen könne, ist gewiß eine der wichtigsten unserer ganzen Naturlehre. Sie war auch immer der Gegenstand der Aufmerksamkeit unserer grösten Schriftsteller: allein sie hat, ohngeachtet aller ihrer Bemühungen, noch nicht ganz aufgehört, ein Geheimnis zu seyn. Ich würde mich von der Theorie der aerostatischen Kugeln zu sehr entfernen, wenn ich alle die Systeme über diese Sache untersuchen wollte, mit denen die Geschichte der Physik in unsern Zeiten bereichert worden ist. Vielleicht besteht die Verzehrung brennbarer Körper hauptsächlich

darinn, daß die brennbaren Theile, die sie enthalten, von ihnen abgesondert, und das übrige in einen Kalk verwandelt werde. Vielleicht hat diese Absonderung mit so vielen andern chymischen Zerlegungen der Körper in ihre Bestandtheile, das gemein, daß sie durch die bloße Wärme, und sollte es auch der stärkste Grad der Hitze seyn, nicht erreicht werden kann, und daß nothwendig noch ein dritter Körper erfordert wird, der vermöge seiner stärkern Verwandtschaft mit den übrigen Bestandtheilen, die Absonderung des brennbaren Wesens möglich mache, und dann seine Stelle einnehme. Vielleicht ist dieser dritte Körper nichts anders als der reinere Theil unserer gemeinen atmosphärischen Luft, da im Gegentheile ihr anderer Bestandtheil, oder die mephitische Luft, dieses zu thun unfähig ist.

Es ließe sich unter dieser Voraussetzung erklären, warum ohne den freyen Zutritt der Luft auch der brennbarste unter allen Körpern nicht brennen kann; warum dieses Feuer desto mehr befördert werden muß, je freyer und schneller der Zutritt der Luft ist; und warum es sogleich abnehmen und schwächer werden muß, so bald dieser freye Zutritt nur im geringsten gehindert wird. Es wird nunmehr natürlich seyn, daß die reine dephlogistisirte Luft noch ungleich mehr als die atmosphärische den Grad des Feuers erhöhen und befördern könne; und daß in jeder andern künstlichen Luftart, die im

ihrer Mischung nichts von dieser dephlogistisirten Luft enthält, die Flamme sogleich verlöschen muß. Man wird vorher sehen können, daß in verschlossenen Gefäßen, die nur eine gewisse Menge von atmosphärischer Luft enthalten, ein Feuer auch nur so lang brennen kann, bis diese bestimmte Menge aufgezehrt ist, und alsdann gewiß verlöschen muß. Es wird aus dieser Theorie folgen, daß nach dem Abbrennen eines Körpers in verschlossenen Gefäßen nichts mehr als die mephitische Luft übrig seyn kann, die den andern Bestandtheil der gemeinen Luft ausmachte, und daß die dephlogistisirte Luft nirgends anderswo als in der Asche des abgebrannten Körpers aufgesucht werden müsse, wo sie sich an die Stelle des brennbaren Wesens setzte, so wie dieses aus seiner bisherigen Verbindung aufgelöst wurde.

Es scheint auch wirklich, als ob die Erfahrung alle diese Schlüsse bestätigte. Die Luft, die nach dem Abbrennen eines Körpers in verschlossenen Gefäßen übrig bleibt, ist wirklich nicht nur mephitisch, sondern sie hat auch bey weitem nicht mehr die Elasticität, die sie vorher hatte. Die Asche und die Laugensalze, die nach der Verbrennung aller und jeder, und besonders der vegetabilischen Körper zurückbleiben, enthalten wirklich eine große Menge Luft, und brausen mit mineralischen Säuren heftig auf. Es ist noch eine Erfahrung da, welche diese Theorie beynahe außer allem Zweifel sezt. Die Metalle,

die,

die, wenn sie verkalkt werden, nichts weiter als ihr brennbares Wesen verlieren können, die also durch ihr Verkalken am Gewichte verlieren sollten, nehmen im Gegentheile beträchtlich zu, und das Gewicht der Asche beträgt mehr als der Körper, der in Asche verbrannt wurde. Noch genauer angestellte Versuche lassen uns nicht lange in der Ungewißheit, wo diese Vermehrung des Gewichts hergekommen seyn müsse; denn aus allen diesen metallischen Kalken läßt sich eine Luft entwickeln, die sie vorher als Metalle noch nicht hatten; und diese Luft wird immer die reinste dephlogistisirte Luft seyn, so lange die Reduktion des Kalkes in seinen vorigen metallischen Zustand ohne Zuthun neues brennbaren Wesens erhalten werden kann. Und dies ist die Theorie eines der grösten Chymiker unsers Jahrhunderts, des Herrn Macquer, eine Theorie, der nicht leicht ein unpartheyischer Leser Verdienst und Wahrscheinlichkeit wird absprechen können.

Ganz anders verhält sich die brennbare Luft. Sie hat das, was der atmosphärischen Luft fehlet; sie enthält den brennbaren Urstoff, durch den allein das Feuer genährt werden kann, der aber ohne den freyen Zutritt der atmosphärischen Luft bey ihr so wenig, als bey einem andern brennbaren Körper in den feurigen Zustand versetzt werden kann. Ein brennender Körper, den man in eine Flasche von brennbarer Luft eintaucht, wird den

kleinen Theil von ihr entzünden, der noch ganz mit atmosphärischer Luft umgeben ist; allein mitten in der brennbaren Luft wird die Flamme so gut verlöschen, als sie mitten im Oele verlöschen müßte.

Geschieht also die Auflösung der Eisenfeile in einem freyen und offenen Gefäße, dessen obere Mündung sehr weit ist, und bringt man an diese Mündung ein angezündetes Licht, so faßt die Luft Feuer, sie verzehrt sich mit einer ganz ruhigen Flamme so wie sie sich entwikelt, und die Flamme löscht endlich auf der Oberfläche der nunmehr zu Vitriol gewordenen Eisenfeile völlig aus. Geht aber diese Auflösung in einem Gefäße von statten, dessen körperlicher Innhalt groß und dessen Oeffnung sehr klein und enge ist, hält man wohl gar diese Oeffnung eine Zeit lang zu, damit innerhalb der Flasche recht viel brennbare Luft sich sammeln könne, und bringt man alsdann an die Oeffnung ein brennendes Licht, so wird diese Entzündung der brennbaren Luft nie anders als mit einem heftigen Knalle verbunden seyn, und oft wird durch ihre schnelle Bemühung sich auszudehnen die Flasche selbst mit der grösten Gewalt zersprengt werden. Man wird sehen, wie der ganze innere Raum der Flasche mit Feuer erfüllt ist, das aber nur einen Augenblick anhält, und dann an der Oeffnung des Glases ruhig zu brennen fortfährt, bis die Auflösung ganz vorüber ist.

Einer der grösten Vorzüge der brennbaren Luft ist dieser, daß sie sich nicht im Wasser auflösen läßt. Sie sie also zur Zeit der Auflösung mit fremden Theilen sehen seyn, die sich im Wasser auflösen ließen, mit Theilen von gemeiner, von mephitischer Luft, oder auch von flüchtiger Schwefelsäure, so würde ihr bloßer Durchgang durchs Wasser sie von diesen Theilen befreyen, und sie in dem Grade der Reinigkeit zurücklassen, der zu den feinern Versuchen der Naturlehre erfordert wird.

Die brennbare Luft, auf diese Art gereinigt, wird sich ohne atmosphärische Luft nie entzünden; dies ist es, was wiederholte Versuche außer allen Zweifel gesetzt haben. Man stelle eine Flasche, mit brennbarer Luft gefüllt, in den Brennpunkt eines erhabenen Glases, man lasse sie durch glühende eiserne Röhren durchgehen; sie wird sich nie entzünden, und sie wird nach dem Versuche völlig das seyn, was sie zuvor war. Es werden hier Priestley's Versuche, der Schießpulver, der ein Papier, das in eine Auflösung von Kupfer in Salpetersäure eingetaucht worden war, in dieser Luftart verbrannte, keinen Naturforscher irre machen, der einmal weis, daß Salpeter, Salpetersäure und alle Körper, die sie enthalten, indem sie verbrennen, immer eine Menge von reiner dephlogistisirter Luft von sich geben, die alsdann fähig ist das einmal angezündete Feuer selbst in verschlossenen Gefäßen zu ernähren.

Nur die Vermischung der brennbaren Luft mit der atmosphärischen ist es, durch die wir die erstere in verschlossenen Gefäßen entzünden und verzehren können. Es ist auch das Verhältnis bestimmt, das zwischen beyden statt haben muß, wenn sich die brennbare Luft entzünden, und in einem Augenblicke verzehrt werden soll. Es müssen, um diese Absicht zu erreichen, zwey Theile gemeiner Luft mit einem Theile brennbarer Luft vermischt werden. Hat dieses alsdann in einem geräumigen Gefäße statt, das mit einer sehr engen Oeffnung versehen ist, und bringt man ein Licht an diese Oeffnung, so wird der ganze innere Raum der Flasche in einem Augenblicke mit Feuer erfüllt seyn, und die in Bewegung gesetzte Luft wird mit einem Knalle zur Oeffnung herausdringen, der um so viel heftiger seyn muß, je geräumiger die Flasche und je dichter die in ihr zusammengedrückte Luft ist.

Zu dieser Wirkung wird nicht die ganze atmosphärische Luft das Ihrige beytragen können; es kann blos ihr reinerer Bestandtheil in Rechnung gebracht werden, der aller Vermuthung nach die reine dephlogistisirte Luft, und von ihrem andern mephitischen Theile sehr verschieden ist. Stellen wir diesen Versuch mit deglophistisirter Luft allein an, so wird nicht nur ein Theil von ihr hinlänglich seyn, um zwey Theile brennbarer Luft in einem Augenblicke zu verzehren; es wird auch das Feuer

der Knall, und die ganze Wirkung unsers Versuchs ohne alle Vergleichung stärker und heftiger seyn, als im erstern Falle. Mit einer nur etwas großen Menge Luft, besonders wenn sie noch bis auf einen gewissen Grad zusammengedrückt wäre, müßte die ganze Wirkung wenigstens eben so heftig seyn, als die der grösten Kanone.

Außer dem Eisen sind es noch andere Metalle, aus denen wir brennbare Luft erhalten; vorzüglich das Zinn, und in einem noch höhern Grade der Zink, die auch deswegen nicht eben in Vitriolsäure aufgelöst werden müssen; auch die Salzsäure, die Weinsteinsäure, der Eßig thun hier das nämliche. Die Salpetersäure allein, von der man diese Wirkung vielleicht am ersten erwarten sollte, macht hier eine Ausnahme, die die gröste Aufmerksamkeit verdient, aber hier nicht untersucht werden kann. Lassone hat uns noch andere Arten gelehrt, wie brennbare Luft auch ohne Zuthun einer Säure erhalten werden kann. Auch das flüchtige Laugensalz, in seinem höchst kaustischen Zustande, löst den Zink auf; und bey einem gehörigen Grade von Wärme entwikelt sich eine brennbare Luft, die mit atmosphärischer Luft verknallt. Das mineralische, kaustische Laugensalz löst bey der Wärme des siedenden Wassers den Zink auf, und auch hieraus erhalten wir brennbare Luft. Selbst aus der Eisenfeile erhielt sie Lassone, indem er sie in diesem nämlichen Laugensalze auflöste.

Eine wichtige Entdeckung von Lassone ist es, daß gewisse Gattungen von künstlicher Luft brennbar sind, allein mit atmosphärischer Luft vermischt, und angezündet keinen Knall von sich geben, und von unserer brennbaren Luft darinn unterschieden sind, daß sie sich im Wasser auflösen lassen.

Noch wichtiger ist die Wirkung der Salpeterluft auf alle brennbare Luftarten, die allein ausgenommen, die die Vitriolsäure aus dem Eisen und dem Zinke herauszieht; eine Erfahrung, die wir auch dem Lassone zu danken haben. Selbst die brennbarsten unter den Luftarten, die in dem gehörigen Verhältnisse mit gemeiner Luft vermischt und entzündet, den heftigsten Knall von sich geben, verlieren diese Eigenschaft völlig, so bald eine gewisse Menge von Salpeterluft hinzugesetzt wird. Sie brennen zwar alsdann noch, allein es ist nur eine ruhige Flamme, die sie verzehrt, und nicht mehr das augenblickliche mit den heftigsten Wirkungen verbreitete Feuer.

Es vereinigen sich endlich alle Erfahrungen der Chymie und Naturlehre darinn, daß die Erscheinung der brennbaren Luft sehr allgemein ist: indem selbst ohne alle Auflösung in kaustischen Laugensalzen, durch die Hitze allein, Priestley aus dem Eisen, dem Zinne und dem Zinke brennbare Luft erhalten hat. Es müssen aber hierzu diese Metalle in ihrem wirklich metallischen Zustande

seyn; denn die Luft, die man aus ihren Kalken, und aus ihren Mittelsalzen erhält, ist zwar von der atmosphärischen Luft verschieden; sie ist mephitisch, aber nicht brennbar.

Durch Volta's Beobachtungen ist die natürliche brennbare Luft der Sümpfe in ein ungleich besseres Licht gesetzt worden: durch sie wissen wir, daß die Mittel, die die Natur anwendet, um sie zu erzeugen, vielfältig und beynahe unendlich sind. Es ist beynahe kein Sumpf, keine kothige und morastige Erde, kein Boden endlich, wo Pflanzen oder Thiere verfault sind, aus dem man nicht diese brennbare Luft durch die leichtesten Mittel hervorbringen könnte. Volta ließ auf seinen Spaziergängen keinen Fluß, keinen Graben, keine Pfütze, keinen Bach, keine Erde ununtersucht; und immer war die Luft, die aus dem Boden des Wassers in Blasen auf die Oberfläche emporstieg, brennbar, und oft noch mit mephitischer Luft vermischt. Die untermischte Kieselerde schien die einzige zu seyn, die bey diesem allgemeinen Geseze eine Ausnahme leidet.

Es ist diese Luft der Sümpfe von jener erstern, die man aus dem Eisen, dem Zinke erhält, merklich unterschieden. Sie brennt langsamer, ihre Explosionen sind ungleich schwächer; allein sie ist deswegen nicht minder entzündbar. Die künstliche Luft muß mit halb so viel dephlogistisirter, und doppelt so viel gemeiner atmosphä-

rischer Luft vermischt seyn, um die stärkste Explosion zu erzeugen; allein die natürliche entzündet sich dann erst auf einmal, und mit den heftigsten Wirkungen, wann sie mit zwölfmal so viel gemeiner Luft vermischt ist. Es muß also diese mit einer großen Menge Luft gleichsam geschwächt seyn, um eine helle Flamme hervorzubringen, und dies zeigt einen nur desto höhern Grad von Entzündbarkeit an. Auch der elektrische Funke entzündet sie, und man weis, daß dies bey den wenigsten brennbaren Körpern möglich ist.

Wir sind noch weit entfernt, die Absichten alle zu kennen, die die Natur vermittelst der brennbaren Luft erreicht. Vielleicht fällt auf sie ein großer Theil der Wirkungen zurück, die man bisher von der Elektricität herleitete. Unstreitig muß die brennbare Luft wegen ihrer sehr großen specifischen Elasticität, und wegen der außerordentlichen Menge von ihr, die sich täglich auf der Oberfläche der Erde und des Wassers erzeugt, die höchsten Regionen der Atmosphäre einnehmen, sie muß dort einen Ocean vorstellen, der wegen der mindern Elasticität der gemeinen Luft, und ihrer größern Centrifugalkraft sich um die beyden Erdpole sammelt, dort von der natürlichen Elektricität der Luft alle Augenblicke entzündet wird, und dort vielleicht die Nordscheine, und die übrigen feurigen Meteore mitternächtlicher Gegenden erzeugt. Vielleicht ist eben diese Luft die wahre Ursache der feuer-

speyenden Berge und der Erdbeben; in unterirdischen Höhlen verschlossen und mit gemeiner Luft im gehörigen Verhältnisse vermischt, und dann durch einen unglücklichen Zufall entzündet, wird sie gewiß vermögend seyn die fürchterlichen Bewegungen hervorzubringen, die bey der Menschheit ein Gegenstand des Schrekkens, und bey dem aufgeklärtern Naturforscher ein Vorwurf der Aufmerksamkeit und der Bewunderung sind. Vermuthlich ist auch diese Luft, die aus kothigter und fauler Erde in großer Menge aufsteigen muß, und von der Elektricität der Luft leicht entzündet werden kann, die Quelle der Irrlichter. Und wie wahrscheinlich ist nicht Volta's Vermuthung, daß bey dem Blitze nur der Strahl eigentlich der elektrische Funke ist, das Feuer aber, das sich ohnmittelbar nach ihm in der ganzen Atmosphäre verbreitet, die in großer Menge angehäufte entzündbare Luft der Atmosphäre sey, die durch jenen Funken in den feurigen Zustand versetzt wurde. Es sind dies freylich nur Muthmaßungen, die aber gewiß ihre große Wahrscheinlichkeit für sich haben, und die dem Physiker, der oft Monate lang, auf den mühsamsten Wegen der Natur vergebens nachgegangen ist, zu seiner Erholung wohl erlaubt sind.

Ist nun diese entzündbare Luft etwa das brennbare Wesen selbst, in seinem freyen und elastischen Zustande, das schon Stahl und Boerhaave so eifrig gesucht und nicht gefunden haben? Ist sie etwa ein lüftiger Schwefel,

der außer dem brennbaren Wesen noch eine gewisse unbekannte Luftsäure zu seinem andern Bestandtheile hat ? Giebt es nur eine brennbare Luft, oder giebt es unendlich viele, die durch zu wesentliche Charaktere unter sich verschieden sind, um alle zu einer Gattung gerechnet zu werden ? Dies sind die Fragen, mit denen sich der Fleiß der Physiker und Chymisten in unserm Welttheile beschäftigt, allein die von ihrer Entscheidung noch sehr weit entfernt sind.

Von der mephitischen Luft ist die entzündbare wesentlich unterschieden. Sie ist es nicht nur durch ihre Entzündbarkeit, sie ist es noch mehr dadurch, daß, wenn sie je ein saures Wesen in ihrer Vermischung enthält, sie sich doch in ihren Erscheinungen gar nicht als eine Säure erzeigt. Sie ist geschmacklos; mit dem Wasser lange hin und her getrieben, verliert sie zwar endlich ihre Entzündbarkeit; allein sie theilt dem Wasser nichts von ihren Eigenschaften mit, und bezeugt sich als ein im Wasser unauflöslicher Körper : sie schlägt die gebrannte Kalkerde aus dem Wasser nicht nieder, sie sättigt auch die kaustischen Laugensalze nicht, und geht mit ihnen keine Verbindungen ein.

Es ist also nicht ohne Grund, daß sie von sehr vielen als ein Luftschwefel angesehen wird ; und in diesem Falle ließe sich ihre Brennbarkeit, ihre Unauflöslichkeit im Wasser, ihr gänzlicher Mangel an Kausticität

mit den Beyspielen des vitriolischen Schwefels und des Phosphors leicht erklären. Allein wo nehmen wir die Säure her, die in diesem Falle mit dem brennbaren Wesen verbunden seyn müßte? Die sauren Geister, derer man sich bedient, um sie aus den Körpern zu entwikeln, können nicht leicht Bestandtheile von ihr geworden seyn; es ist den allgemeinen und beynahe unendlichen Beyspielen, die uns die Chymie an die Hand giebt, weit gemäßer, sie für die Mittel anzusehen, durch welche diese zuvor in den Körpern fixirte Luft abgesondert, entwikelt, und in den freyen elastischen Zustand versetzt wird. Machten diese Säuren einen Bestandtheil der entzündbaren Luft aus, so müßten die Verschiedenheiten zwischen den verschiedenen Arten von brennbarer Luft ungleich größer seyn; und dann müßte diese Säure durchaus erfordert werden, um brennbare Luft hervorzubringen. So lange also ohne alle Säure und selbst ohne alle Vermittlung eines dritten Körpers, aus Metallen, die doch gewiß keine Säure enthalten, brennbare Luft erhalten werden kann, so lange ist auch noch kein zureichender Grund da, die Säure unter ihre Bestandtheile aufzunehmen.

Nach **Macquer's** Theorie ist die entzündbare Luft entweder das brennbare Wesen selbst, oder doch ihm sehr nahe; allein ich glaube, daß dies Macquer's eigener Theorie ganz zuwider ist. Ein Körper, der ohne dem

freyen Zutritt der reinen atmosphärischen Luft nicht brennen kann, der also zwar brennbares Wesen enthält, allein der es auf keine andere Bedingung geben läßt, als daß ein dritter Körper (und dies soll ja nach Macquer die dephlogistisirte Luft seyn) vermöge seiner größern Verwandtschaft mit seinen übrigen Bestandtheilen das brennbare Wesen aus seiner Verbindung heraushebe, und sich an seine Stelle setze; ein solcher Körper kann wahrhaftig nicht das brennbare Wesen selbst seyn; sondern es muß bey ihm dieses brennbare Wesen mit noch andern Theilen in einer sehr genauen Verbindung stehn, die nur bey einem gewissen Grade der Wärme, und dann doch noch erst durch Vermittlung eines dritten Körpers gehoben werden kann.

Dies ist nun die merkwürdige Luftart, die bey dem großen Versuche auf dem Champ de Mars eine so wichtige Rolle spielte, und die wenigstens bey kleinern Kugeln selbst von der ungleich bessern und ungleich wohlfeilern Methode der Herren Montgolfiers nicht verdrängt werden kann. Man hatte bisher diese Luftart so wie alle andere nur ihren innern Eigenschaften nach untersucht, und so lange man von der Montgolfierschen Erfindung gar nichts wußte, an ihre Anwendung bey Luftkugeln nicht gedacht. Künftig also soll es blos ihre specifische Schwere und ihre specifische Elasticität seyn, die sie uns wichtig machen wird, und dies verdient gewiß die genaueste

Untersuchung; in der wir um so viel behutsamer zu Werke gehen müssen, da hier selbst in den Werken der besten Schriftsteller noch unbestimmte Ausdrücke allgemein sind, die einer feinen und zuverläßigen Theorie im Wege stehen, und die man bey dem gegenwärtigen sonst ziemlich vollkommenen Zustande der angewandten Mathematik nicht erwarten sollte.

Fünfter Abschnitt.

Erste Gründe einer Theorie der specifischen Federkräfte verschiedener Luftarten.

Gehen wir auf die Ursachen zurück, warum aerostatische Kugeln in der Luft erhalten werden, und soll uns die angewandte Mathematik Anleitung geben, wie die Kraft, mit der sie aufsteigen, die Geschwindigkeit, mit der sie sich bewegen, die Höhe, auf die sie sich erheben, und die Zeit, in der sie ihren Lauf vollenden, bestimmt werden soll, so ist die specifische Schwere der innern Luft der Kugel, verglichen mit der Schwere der atmosphärischen Luft, das erste, was durch die genauesten Versuche vestgesetzt seyn muß. Es ist auch dieser Endzweck durch die Bemühungen unserer neuern Naturforscher zum Theile schon erreicht worden. Die specifische Schwere

der fixen Luft ist beynahe doppelt so groß, als die der gemeinen Luft; dies versichern uns die Versuche des Duc d'Ayen, und des Duc de Chaulues. In eben dieser Rücksicht auf die specifische Schwere soll sich nach der Angabe des Deparcieux, die gemeine Luft zur brennbaren Luft aus dem Eisen, verhalten wie 107 : 13; zu eben derselben, nach der Bestimmung des Pilatre de Rozier wie 43 : 7; und zu der brennbaren Luft, die aus dem Zinke vermittelst der Kochsalzsäure erhalten wird, auch nach der Angabe dieses leztern wie 53 : 5. Es soll ferner nach Faujas de St. Fond, die entzündbare Luft der Sümpfe schwerer seyn als die aus den vorigen Metallen; die aus dem Terpentingeiste schwerer als die leztere; und die aus Holz und Steinkohlen unter allen die schwerste. Man sieht aus diesen wenigen Bestimmungen, welch ein weites Feld hier für die feinern Versuche der Chymie eröffnet ist.

Es ist offenbar, daß Angaben wie diese ohne alle Einschränkung für elastische flüssige Wesen viel zu unbestimmt sind. Die specifische Schwere der gemeinen Luft so wie jeder andern künstlichen Luftart hängt von ihrer Dichtigkeit ab, und von der Kraft, mit der sie zusammengedrückt wird. Bey Körpern, die nicht elastisch sind, ist das Verhältnis ihrer specifischen Schweren zugleich das Verhältnis ihrer Dichtigkeiten; und es läßt sich beydes ohne alle andere Einschränkung in Zahlen bestimmen. Allein so lange

die specifische Schwere der nemlichen Luftart groß oder klein seyn kann, je nachdem sie mehr oder weniger zusammengedrückt ist, so lange wird es auch unmöglich seyn, einen bestimmten Begrif von der Schwere der brennbaren Luft zu haben, wenn wir weiter nichts von ihr wissen, als daß sie sich zur Schwere der gemeinen Luft verhalte wie 7 : 43.

Es muß uns hier die Art, wie die Versuche mit den künstlichen Luftarten angestellt werden, das gehörige Licht geben. Wir sammeln sie, so wie sie sich aus den Körpern erzeugen, in umgekehrte Flaschen, die mit einer weiten Oeffnung versehen, und anfänglich ganz mit Wasser angefüllt sind. Wir sehen, wie die Luft in Blasen sich durch das Wasser einen Weg bahnt, das Wasser nöthigt in der Flasche zu fallen, und ihren nunmehr leeren Raum einnimmt. Wir fahren mit dem Versuche fort, bis das Wasser in der Flasche, mit dem Wasser das außerhalb ihr in der Kufe ist, gleich hoch steht; und dann sagen wir: jezt ist unsere Flasche gefüllt. Und nun findet der Physiker, daß in den allermeisten Fällen die specifische Schwere oder die Dichtigkeit der künstlichen erst erzeugten Luft unter der Flasche von der Schwere der atmosphärischen Luft um sie herum sehr verschieden ist; er findet die fixe Luft beynahe doppelt so schwer, und die brennbare ungleich leichter.

Offenbar ist der Augenblik, wo wir unsere Flasche als gefüllt ansehen, derjenige, wo die Luft unter ihr der atmosphärischen Luft mit gleicher Federkraft widersteht, und ihr das Gleichgewicht hält. In diesem Augenblicke müßte das Barometer unter der Flasche eben den Grad der Höhe anzeigen, als wenn es dem freyen Drucke der Atmosphäre ausgesetzt wäre. Allein bey dieser Einschränkung finden wir die fixe Luft doppelt so schwer als die gemeine, und die brennbare kaum einen zehnten Theil so schwer. Es folgt also, daß die innere Elasticität der leztern zehnmal so groß und die der erstern nur halb so groß seyn muß, als die der gemeinen Luft, wenn anders die erstere mit dem zehnten Theile der Dichtigkeit schon dem ganzen Drucke der Atmosphäre soll widerstehen können, die erstere aber doppelt so dicht seyn muß als sie, um ihr das Gleichgewicht zu halten.

Dies führt uns nun auf die genauere Bestimmung der absoluten und specifischen Elasticität der gemeinen Luft sowohl als jeder andern künstlichen Luftart. Die absolute Elasticität einer Luft nenne ich die Stärke, mit der sie der Kraft widersteht, von der sie gedrückt wird, und der sie das Gleichgewicht halten muß; ohne auf ihre Dichtigkeit, ohne auf ihren Grad der Wärme, ohne auf irgend einen andern Nebenumstand dabey, die geringste Rücksicht zu nehmen. Mein Barometer steht wirklich auf 28 Zoll; die äußere Luft also ist jezt fähig dem Drucke

einer

einer Queckſilberſäule von 28 Zoll zu widerſtehen, und durch dieſen Widerſtand iſt ihre abſolute Federkraft in dieſem Augenblicke völlig beſtimmt. Bey eben dieſer Barometerhöhe betrachte ich einen aufgeblaſenen Ballon, der wirklich den höchſten Grad ſeiner Ausdehnung erreicht hat; die Luft alſo, die in ihm iſt, es mag nun gemeine, oder fixe oder brennbare Luft ſeyn, widerſteht in dieſem Augenblicke dem ganzen Drucke der Atmoſphäre; ſie wäre wie ſie, vermögend eine Queckſilberſäule von 28 Zoll in der Höhe zu erhalten; dies iſt ihre abſolute Elaſticität. Meine Barometerhöhe iſt veränderlich, ich ſehe ſie fallen auf 26 Zoll, ich ſehe ſie wieder ſteigen auf dreyßig; im erſten Falle alſo war die abſolute Federkraft der Atmoſphäre vermindert; im leztern Falle wurde ſie vermehrt, völlig in eben dem Verhältniſſe. Ich gehe mit dieſem Barometer auf Berge, und ſo wie ich ſteige fällt das Queckſilber in der Röhre; es iſt alſo auch die abſolute Federkraft der Luft geringer, je höher ſie liegt, und dieſes ganz in dem Verhältniſſe der veränderten Queckſilberhöhe. Die abſolute Federkraft einer Luft, in der das Queckſilber 21 Zoll hoch ſteht, iſt genau $\frac{3}{4}$ von der einer andern Luft, bey der die Barometerhöhe 28 Zoll war. Die Barometerhöhe iſt im ſtrengſten Verſtande das Maas der abſoluten Federkraft: und bey dieſem Geſeze macht der Grad der Wärme oder der Kälte, der Grad der Feuchtigkeit oder der Trökne, ſo wie die chymiſche

Mischung der Luft, sie mag seyn welche sie will, nicht die geringste Veränderung.

Bemerkten wir daher an allen den Luftarten, die wir kennen, bey gleicher Dichtigkeit auch gleiche absolute Federkraft, so wäre es überflüssig, zwischen der absoluten und specifischen Federkraft einen Unterschied festzusetzen; vollkommen so, wie wir den Begrif der specifischen Schwere entbehren könnten, wenn alle Körper bey gleichem Volumen gleich schwer wären. Allein da es durch die gewissesten Versuche bewiesen ist, daß die brennbare Luft aus dem Eisen schon dem ganzen Drucke der Atmosphäre widersteht, auch wenn sie achtmal dünner ist als sie; daß die fixe Luft doppelt so dicht seyn muß als sie, um ihr das Gleichgewicht zu halten, so giebt es auch eine specifische Elasticität, die von der absoluten unterschieden werden muß. Bey gleicher Dichtigkeit ist diejenige Luft ihrer Natur nach am meisten elastisch, die die gröste absolute Federkraft ausübt; und die ist es am wenigsten, bey der dieser absolute Widerstand der kleinste ist. Und bey gleicher absoluten Federkraft ist diejenige Luft ihrer Natur nach am meisten elastisch, die die geringste specifische Schwere besitzt, und die schwerste Luft ist am wenigsten elastisch. Es vereinigen sich also zwey Ursachen, durch welche die absolute Federkraft einer Luft bestimmt werden muß; ihre specifische Elasticität, und die Dichtigkeit, oder die specifische Schwere, die sie wirklich hat. Ohne weitere

Beweise sehen wir also schon so viel, daß die absolute Federkraft einer Luft sich verhalten muß, wie das Produkt aus ihrer Dichtigkeit in die specifische Federkraft; und daß die specifische Federkraft seyn muß, wie die absolute Federkraft, durch die Dichtigkeit dividirt.

Sobald der Begrif der Elasticität der Luft überhaupt ins reine gebracht war, so fand man bald, daß sie durch den Druck vermehrt wurde. Die Versuche des Mariotte, die in diesem Jahrhunderte vielfältig wiederholt worden sind, und die in allen öffentlichen Vorlesungen der Physik wiederholt werden, beweisen, daß durch einen doppelt so starken Druck die Luft genöthigt wird die Hälfte ihres vorigen Raums einzunehmen, das ist, daß sie doppelt so dicht werden muß, und daß überhaupt die Dichtigkeit der Luft mit dem Drucke, dem sie widersteht, mit der Quecksilbersäule, der sie das Gleichgewicht hält, in geradem geometrischem Verhältnisse ist. Allein dieses ist nur unter der Voraussetzung wahr, daß diese Luft, indem der Versuch mit ihr angestellt wird, ihrer Natur nach die nemliche bleibt, und daß außer ihrer Dichtigkeit sich sonst nichts bey ihr verändert. Denn bald nach Mariottes Versuchen, zu einer Zeit, wo die Chymie noch an nichts weniger als an die künstlichen Luftarten dachte, fand sich noch eine zweyte Ursache, die auf die Elasticität der Luft den grösten Einfluß hatte; es war die Wärme.

Eine Blase, die mit gemeiner Luft angefüllt ist, wird dem äußern Drucke der Atmosphäre widerstehen, wenn die Dichtigkeit der innern Luft der Dichtigkeit der äußern gleich ist; denn weiter kann sie die innere Luft nicht ausdehnen, so lange sie mit der äußern einerley Beschaffenheit hat, so lange sie nicht specifisch elastischer ist als sie. Man halte eben diese Blase über das Feuer, so wird sie sich ausdehnen; und da sie sich nicht bis in das Unendliche ausdehnen läßt, so wird sie bey einem allzu starken Grade der Hitze zerreißen. Die Wärme also dehnte offenbar die innere Luft aus, sie nöthigte sie einen größern Raum einzunehmen; sie war es, die ihre Dichtigkeit verminderte. Allein bey dieser geringern Dichtigkeit blieb die Blase doch ausgedehnt; und die äußere Luft war so wenig im Stande sie zusammenzudrücken, daß sie sich immer mehr ausdehnte, je mehr sie durch die Wärme verdünnt wurde; und daß sie vielleicht mit einer unendlich kleinen Dichtigkeit doch noch dem Drucke der Atmosphäre widerstanden wäre, wenn nur die Blase diese Ausdehnung hätte ertragen können. Es übte also diese ganze Zeit über die innere Luft doch noch die vorige Federkraft aus, ob sie gleich immer dünner wurde. Ihre specifische Schwere nahm immer ab, doch blieb die absolute Federkraft eben dieselbe. Sie wurde also durch die Wärme specifisch elastischer.

Schon Mariotte leitete aus seiner Entdeckung der mit dem Drucke zunehmenden Dichtigkeit der Luft, verbunden mit einer feinen Kenntnis der Mathematik, das Gesetz her, nach dem sich die Höhe eines Berges müßte bestimmen lassen, wenn der Barometerstand auf ihm gegeben ist. Es bestund darinn, daß die Höhen in arithmetischer Reihe fortgehen müßten, indem die Barometerstände eine geometrische beobachteten; und das eben deswegen, weil diese Barometerstände mit der Dichtigkeit der Luft, und mit dem Gewichte, das sie drückte, nach seinen Versuchen in einem geometrischen Verhältnisse fortgehen mußten. Man fieng also an die Höhen der Berge vermittelst des Barometers zu messen, und diese mit den geometrischen Messungen zu vergleichen; allein man fand, daß beyde sehr merklich von einander abwichen. Noch genauer angestellte Versuche schienen zu zeigen, daß nicht einmal die Barometerhöhen den Dichtigkeiten der Luft proportional wären; und daß die untere Luft immer dichter sey, als sie es nach dieser Voraussetzung seyn sollte. Ich bemerke dieses blos deswegen, um damit ein neues Beyspiel der specifischen Federkraft zu geben. Gesezt, es wäre so, so würde dann die untere Luft nicht den absoluten Widerstand ausüben, den man nach Mariottes Gesezen von ihrer Dichtigkeit erwarten sollte; das ist, sie müßte specifisch weniger, und die höhere Luft specifisch mehr elastisch seyn.

Dies ist es ungefähr, was einer der berühmtesten französischen Gelehrten in dem Memoire sehr deutlich zu verstehen gab, das die Resultate der Versuche von Höhenmessungen mit dem Barometer enthält, die er mit Condamine bey der Ausmessung eines Grads unter dem Aequator gemacht hatte, und das sich bey den Memoires der königlichen Akademie der Wissenschaften vom Jahre 1753 befindet. Man muß, sagt er, einen großen Unterschied machen zwischen der Federkraft, die die Luft in einem gewissen Zustande auszuüben fähig ist, und zwischen ihrer Elasticität überhaupt: ungefähr so wie man den wirklichen Widerstand einer stählernen Feder von dem Grade der Elasticität unterscheidet, den sie vor andern Federn hat. Allein wissen wir, daß alle Theilchen der Luft gleich elastisch sind? Und gesezt, sie wären es nicht, so würde es nicht mehr allein das Gewicht der höhern Schichten der Atmosphäre seyn, von der die wirklich ausgeübte Federkraft, und die Dichtigkeit der Luft in jedem ihrer Punkte abhängt; sondern ihre mehr elastischen Theile müssen nothwendig sich in die höhern Schichten der Atmosphäre erheben, indem ihre größere Federkraft es ihnen nicht zuläßt, sich bis auf den Grad der specifischen Schwere zu verdichten, die sie in dem untern Theile der Atmosphäre zurückhalten könnte; die minder elastischen Theile aber werden durch das Gewicht der Atmosphäre, das sie zusammendrückt, bis auf den Grad

von specifischer Schwere verdichtet, der sie hindern muß sich zu erheben, und sie nöthigt, in ihren untern Schichten eine Stelle einzunehmen. Nun aber, fährt Bouguer fort, ist es dieser untere Theil, der immer mit einer ungeheuren Menge von Dünsten beschwert seyn muß, die von der Oberfläche der Erde aufsteigen; er ist es, wo die Abwechslungen der Wärme am beträchtlichsten sind; wo entgegengesezte Winde sich am öftesten begegnen; wo die immerfort bewegte Luft, ohne Aufhören, ein Gleichgewicht sucht, das sie nie findet. In diesem untern Theile muß also der Unterschied zwischen den specifischen Elasticitäten der Luft am grösten seyn, da er in den höhern kältern Regionen der Atmosphäre minder merklich seyn wird.

Aus diesen Grundsäzen gieng nun Bouguer aus, und that alles, was man von dem aufgeklärtesten Naturforscher erwarten kann, um die specifischen Elasticitäten der mehr oder weniger hohen Luft zu bestimmen. Er maß ihre verschiedenen Dichtigkeiten vermittelst des Pendels; er verglich sie mit den beobachteten Barometerhöhen; und nun verhielt sich die gesuchte specifische Federkraft, wie die leztere, durch die erstere dividirt. Die dritte Figur seiner Tafel zeigt das Resultat seiner Untersuchung; man sieht dort eine krumme Linie, deren Ordinaten die Barometerhöhen von der Oberfläche des Meers an, bis auf den obersten Gipfel des Pichincha sind; die Ordinaten

einer andern krummen Linie gehen mit den Dichtigkeiten der Luft in einem geraden Verhältnisse fort: es ist diese leztere von der erstern nur unterhalb Quito von ihr merklich unterschieden, und in den höhern Gegenden fällt sie mit ihr zusammen. Die specifischen Federkräfte endlich sind durch eine dritte Linie angezeigt, deren Krümmung nur in dem untern Theile der Atmosphäre merklich ist, und die sich schon auf der Höhe von 1200 Toisen in eine gerade Linie verliert, die mit ihrer Axe parallel läuft.

Die Hypothese des Herrn Bouguers hat bey den Naturforschern nach ihm, unter die ich vorzüglich Herrn de Luc rechne, nicht allen Beyfall gefunden; und in der That scheint er mit seiner ungleichen Federkraft der Lufttheilchen zu weit zu gehen. Er glaubt, daß wenn die atmosphärische Luft auch völlig rein wäre, wenn von der Oberfläche des Meeres an bis auf die höchsten Gebirge der nemliche Grad der Wärme statt hätte; wenn keine Begegnung widriger Winde die Ordnung ihrer Schichten im geringsten verhindern könnte, doch die Ungleichheit der verschiedenen Lufttheilchen unter sich hinreichend seyn würde, ihnen verschiedene Grade von Federkraft zu geben, und die Schwierigkeiten dadurch hervorzubringen, die man bisher in den Höhenmessungen durchs Barometer bemerkt hat; und nach ihm ist es unmöglich diese Ungleichheit in Zweifel zu ziehen, da überhaupt zwey vollkommen gleiche Dinge in der Natur

nie existiren. Es wird auch niemand zweifeln, daß diese Ungleichheit allgemein ist, und man braucht eben kein Mikroscop dazu, um sich davon zu überzeugen. Allein wenn sie, die beträchtlich genug seyn soll, um die Luftschichten der Atmosphäre in Unordnung zu bringen, in eben dem Grade in der ganzen Natur statt hätte, so wäre es der Natur überhaupt unmöglich, ein einziges beständiges Gesez aufzuweisen; und dies ist gegen die Erfahrung. Die innern Theilchen unserer Erde, und der übrigen Weltkörper sind gewiß sehr ungleichartig; die Ordnung, in der sie liegen, ist gewiß nicht nach geometrischen Figuren bestimmt; und doch hindert dies nicht, daß nicht ihre ausziehenden Kräfte sehr genau in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadraten ihrer Entfernungen seyn sollten. Die vollkommensten Kugeln, die die menschliche Geschicklichkeit herauszubringen fähig ist, sind mit dem Mikroscope betrachtet, sehr ungestaltete vieleckigte Massen; allein deswegen hören die Gesetze vom Stoße der Körper, so wie sie **Wallis**, **Wren** und **Huyghens** vestgesetzt haben, nicht auf, in der grösten Strenge wahr zu seyn. Die vollkommenste Fläche eines Glases ist gegen die unendliche Feinheit eines Lichtstrahls, ein unebenes Feld, das mit Bergen und Thälern besetzt seyn muß; und doch hat zwischen den Sinus der Einfalls- und der Brechungswinkel ein beständiges Verhältnis statt. Die Natur macht nie die

kleinsten Theilchen der Körper so ungleich und so ungleichartig, daß dadurch die beständigen Gesetze aufgehoben werden könnten, die sie festsetzen wollte. Sind also die Theilchen der Luft, das eine mehr, das andere weniger elastisch, so könnte wenigstens die Leibnizische Philosophie nichts dafür, wenn dadurch das Gesez der Dichtigkeiten der Atmosphäre in Unordnung gerathen sollte.

Gewiß ist es wenigstens, daß dieser Unterschied zwischen den specifischen Federkräften der Luft, wenn sie wirklich statt hat, nicht beträchtlich seyn kann; und schon nach der Vermuthung des Herrn la Lande ist Bouguer's krumme Linie der Federkräfte mehr die Linie der Fehler, die er in der Beobachtung begangen hat. Nach Bouguer's Grundsätzen selbst sollten die Ordinaten dieser Linie von unten nach oben zunehmen, und sie sollte in der Höhe asymptotisch mit der Axe parallel laufen. Und doch zeigt sich in Bouguer's Linie zweymal das Gegentheil; auf der Oberfläche des Meers ist sie 194; auf der Höhe von 250 Toisen sieht man sie gleich 201; von da nimmt sie wieder ab und fällt bis auf 173; und dann fängt sie erst an beständig ihrem grösten Werthe 178 sich zu nähern. Eine solche Ordnung der Luftschichten über einander muß die lezte unter allen seyn, die physisch möglich sind; auch gesteht Herr Bouguer selbst, daß zwischen seinen Beobachtungen eine sehr beträchtliche Zeit verflossen ist, daß die Luft, die auf diesem beynahe

horizontalen Boden ruht, sehr verschiedenen Graden der Wärme ausgesetzt seye, und daß also seine Beobachtungen bey weitem nicht in der nemlichen Temperatur der Luft angestellt worden sind. Und doch so fehlerhaft Bouguer's Linie der specifischen Kräfte nur immer ist, so hören doch ihre Ordinaten nicht auf unter sich beynahe gleich zu seyn, indem der gröste Unterschied zwischen ihnen noch nicht der zehnte Theil der grösten Ordinate ist.

In den neuern Zeiten haben sich die Zweifel über Mariotte's uraltes Gesetz beynahe gänzlich zerstreut. Freylich ist es nicht möglich, daß die nemliche Regel, die Höhen durch die Veränderung des Barometers zu messen, für jede Temperatur der Luft, für jede Barometer- und Thermometerhöhe auf dem Horizonte dienlich seyn könnte; es kömmt in ihr, wie wir bald sehen werden, eine beständige Größe vor, die sich mit der Temperatur der Luft verändert, und die also wenigstens für jede Stunde der Beobachtung aufs genaueste bestimmt werden muß. Allein die neuern Beobachtungen, die auf allen möglichen Höhen, und selbst bis auf den erhabensten Bergen unserer Erde angestellt worden sind, haben uns bewiesen, daß wenn auch jene nothwendige Vorsicht verabsäumt worden, man doch noch in den verschiedenen Resultaten der Höhenmessungen das Mariottische Gesez sehr deutlich unterscheiden konnte; und daß also in diesem Falle so sehr als in irgend einem Falle der

Naturlehre, unsere Theorie zwischen den unendlich vielen Localursachen, die hier eine Abweichung hervorbringen sollten, gerade das Mittel hält.

Dies sind nun die Versicherungen, die uns noch vor zehn Jahren völlig hätten beruhigen können. Wie sieht es nun aber nach der Erfindung der künstlichen Luftarten um das Mariottische Gesez aus? Hat sich durch sie unsere Ungewißheit darüber vermehrt oder vermindert? Dies ist noch die wichtige Frage, die wir genauer untersuchen wollen.

Die große Vermuthung Bouguer's: daß nicht alle Lufttheilchen gleiche Federkraft besitzen; diese Vermuthung, die bey den meisten Naturforschern nach ihm so wenig Beyfall erhalten hat, und die jezt ganz vergessen zu seyn scheint, diese ist in der neuesten Periode der Physik nur allzu sehr eingetroffen. Die unendlich verschiedenen Dünste, die aus der Oberfläche der Erde aufsteigen, ungerechnet, sind es wenigstens drey verschiedene Luftarten, aus denen die Atmosphäre zusammengesetzt ist; die ganz reine oder dephlogistisirte Luft, die einer ihrer Bestandtheile seyn muß, wenn anders sie zur Respiration und zur Unterhaltung des Feuers dienlich seyn soll; die fixe Luft, die wenigstens ein Drittheil und vielleicht auch zwey Drittheile des Ganzen ausmacht, und nur halb so elastisch ist, als die erstere; und die ungleich mehr elastisch brennbare Luft, die ganz zuverläßig einen andern Bestandtheil der gemeinen

ausmacht, und nach Volta's Muthmaßungen ihre höhern Gegenden einnimmt.

Das Mariottische Gesetz: daß die Barometerhöhen in geometrischer Reihe fortgehen müssen, indem die Höhen der Atmosphäre unter sich eine arithmetische ausmachen, beruht, wie bekannt, auf der Voraussetzung, die Dichtigkeit der Luft verhalte sich wie der Druck, und ihre specifische Federkraft seye also durch die ganze Höhe der Atmosphäre unveränderlich und eben dieselbe. Wir wissen aber nunmehr ganz zuverläßig, daß nichts unrichtigers seyn kann, als diese Voraussetzung, und daß die verschiedenen Federkräfte der Bestandtheile der Luft auch sehr verschieden sind. Und doch beweist die Erfahrung, daß auch bey dieser falschen Voraussetzung unser Gesez, wo nicht ganz wahr ist, doch wenigstens von der Wahrheit sehr wenig abweicht. Es ist also gewiß dieses eine der wichtigsten Fragen, die in der Naturlehre aufgeworfen werden könnnen: wie ist es möglich, daß Theorie und Erfahrung in einer Sache übereinstimmen können, wo alle unsere Voraussetzungen zuverläßig unrichtig sind? und wo die Ursachen, die sie uns verdächtig machen müssen, sich täglich immer mehr vervielfältigen, je mehr die Naturlehre mit neuen Versuchen bereichert wird?

Es beweist uns die Erfahrung, daß, in welcher Höhe der Atmosphäre wir die Luft untersuchen, wir sie immer aus ganz reiner und mephitischer, aus mehr und weniger

elastischer Luft zusammengesetzt finden. Diese Erfahrung, so gemein sie ist, stößt schon einen von Bouguer's Folgesätzen völlig um. Wenn in allen Höhen der Atmosphäre Luftarten von verschiedener specifischer Federkraft untereinander vermischt seyn können, so ist es nicht wahr, daß die minder elastische alle unten, die mehr elastische alle oben seyn muß; und dies ist der erste Schritt zur Aufklärung unsers Geheimnisses: eine feine Chymie muß uns jezt helfen noch den zweyten zu thun.

Sie beweist uns, daß die reine und mephitische Luft, aus denen die gemeine zusammengesetzt ist, unter sich in einer sehr genauen chymischen Mischung stehen, die durch den bloßen Unterschied ihrer specifischen Federkräfte noch lange nicht gehoben werden kann. Ich ziehe hieraus eine zweyte sehr natürliche Folge. Wenn zwo Luftarten von specifisch verschiedener Federkraft sich ihrer Natur nach untereinander vermischen lassen, so wie dieses von der dephlogistisirten und der fixen, von der brennbaren und dephlogistisirten Luft entschieden ist, so wird nicht die mehr elastische oben, die minder elastische unten, und jede also an ihrem Orte unvermischt seyn, sondern es wird aus ihnen eine zusammengesetzte Luftart entstehen, deren neue specifische Federkraft von den specifischen Federkräften jeder für sich verschieden ist, und zwischen ihnen das Mittel hält.

Ich wage noch eine dritte Vermuthung. Das Mariottische Gesetz: daß die Dichtigkeit der Luft sich wie der Druck auf sie verhalte, ist vermuthlich allen elastischen flüssigen Wesen, allen Luftarten gemein; es läßt sich so gar erwarten, daß es auch alsdann noch statt habe, wenn zwo Luftarten unter einander vermischt sind; wenigstens wenn dieses nicht wäre, so wäre schon die atmosphärische vermischt und ungleichartig genug, um eine Abweichung von dem allgemeinen Gesetze bemerken zu lassen, das sich doch durch die genauesten Versuche noch nicht bestätigt hat.

Es ist also der strengsten Naturlehre nach möglich, daß unsere Atmosphäre ihrer Natur nach sehr ungleich, aß sie aus Luftarten von verschiedener Federkraft zusammengesetzt seye, ohne daß deswegen die Dichtigkeit an jeder Stelle aufhöre im geraden Verhältnisse des Druckes zu stehen. So könnte denn das Gesez, nachdem die Höhen der Luft vermittelst der Logarithmen schon seit einem Jahrhunderte berechnet worden sind, auch unter so zusamengesetzten Voraussetzungen statt haben, von denen ihre ersten Erfinder noch nichts wußten, und sie gewiß noch nie vorhergesehen hatten. Ihre gleichartigen Theile (partes integrantes) sind aus mehrern Bestandtheilen zusammengesetzt, die, wenn sie von einander abgesondert wären, verschiedene Federkräften ausüben würden; so lange sie aber vereinigt sind, nur eine mittlere specifische

Federkraft haben, welche durch die ganze Atmosphäre unveränderlich zu seyn scheint.

Sechster Abschnitt.

Lehrsätze, nach welchen die Dichtigkeit der Luft, und der Barometerstand auf jeder Höhe über dem Horizonte bestimmt werden muß, wenn die Masse und die specifische Federkraft der Atmosphäre gegeben ist.

Die Dichtigkeit der Luft in der Atmosphäre ist an jeder Stelle dem Drucke proportional, dem sie widersteht, und der Quecksilbersäule, der sie das Gleichgewicht hält; dies ist der Grundsatz, auf welchem künftig unsere Untersuchungen beruhen werden. Es seye (Fig. I.) der Punkt A, auf der Oberfläche der Erde: die Linie A B mit dem Horizonte, parallel, und die unendliche Linie A S auf ihn senkrecht. Es seye diese Linie A S die Axe einer krummen Linie B V, deren Ordinaten A B, P M die Barometerhöhen seyn sollen; die erste A B für den Punkt A, und jede andere P M für die Höhe A P: und die also zugleich mit den Dichtigkeiten der Luft, dem Drucke, dem sie in jeder Stelle widersteht, der

abso-

absoluten Federkraft, die sie auf jeder Höhe ausübt, in einem beständigen Verhältnisse stehen müssen. Die Masse der ganzen Atmosphäre über A wird also durch die krummlinichte Fläche SA BV, und die über P durch die Fläche SPMV vorgestellt. Und da diese Massen, als die Lasten, mit denen die Luft in jeder Stelle gedrückt wird, ihrer Dichtigkeit proportional seyn müssen, so muß die Linie BMV diejenige seyn, deren Flächen mit ihren Ordinaten in einem beständigen Verhältnisse stehen : eine Bedingung, die durchaus erfordert, daß die Subtangente beständig sey. Unsere Linie also ist eine Logistica, deren Ordinate in A die beobachtete Barometerhöhe, deren Asymptote die unbestimmte Linie AS ist, und deren Ordinaten sich über A hinaus der Asymptote A S unendlich nähern.

Die nähere Bestimmung dieser Linie hängt blos noch von ihrer Subtangente ab : dies ist die einige beständige Größe, die bey der Logistica zum Grunde liegt. Es seye diese in unserm Falle = S; so ist nun, wann A der Punkt seyn soll, von dem unsere Abscissen alle ausgehen sollen, die Gleichung für die Logistica folgende :

$$\frac{AP}{S} = Log.\ nat.\ \frac{AB}{PM};\ \text{und}\ \frac{AB}{PM} = e^{AP:S}$$

Wir verstehen hier immer hyperbolische Logarithmen : denn diese sind in allen Fällen das unmittelbare Resultat unserer Integral-Rechnung : und so ist e die Basis des

hyperbolischen Logerithmen-Systems 2,718281828. Sollten bey eben der Subtangente, und bey eben der untersten Ordinate andere Logarithmen angenommen werden als hyperbolische, so würde freylich die daraus entstehende logarithmische Linie von der gegenwärtigen verschieden seyn: allein einen Kenner der Analysis werden wir nicht erst erinnern dörfen, daß weder die Basis unsers Logarithmen-Systems, noch die unterste Ordinate, einen wesentlichen Unterschied ausmacht: und daß die verschiedene Wahl der erstern nur die Subtangente, und die Größe der andern den Punkt anders bestimmt, von dem unsere Abscissen ausgehen. Ist einmal die Basis unsers Logarithmen-Systems festgesetzt (und diese wird durch die großen Vortheile, die uns die hyperbolischen Logarithmen vor allen andern gewähren, bald entschieden seyn) so sind alle logarithmische Linien, die gleiche Subtangenten haben, unter sich vollkommen gleich, und das einige, worinn logarithmische Linien unter sich verschieden seyn können, ist die Größe der Subtangente.

In unserm Falle hängt diese Subtangente von dem Verhältnisse zwischen der Dichtigkeit der Luft und der des Queksilbers ab. Es seye auf der Höhe A P die Ordinate P M, und in der Entfernung von ihr P p, die so klein ist, daß man die Luft von P bis p als gleich dicht annehmen könne, seye die Ordinate p m, und der Unter-

schied beyder Ordinaten die unendlich kleine Linie m q. Die Luftsäule also, die in P einer Quecksilbersäule P M das Gleichgewicht hält, trägt in P, wo sie selbst um P p zugenommen hat, die Quecksilbersäule p m die um m q sich verlängert hat. Es folgt hieraus, daß unter gleichen Umständen eine Quecksilbersäule von der Höhe m q, und eine Luftsäule von der Höhe P p unter sich an Masse gleich seyn müssen. Allein so bald die Massen zweyer Körper unter sich gleich sind, so verhalten sich ihre Dichtigkeiten umgekehrt, wie die Räume, die sie einnehmen: es verhält sich demnach auf der Höhe A P die Dichtigkeit der Luft zur Dichtigkeit des Quecksilbers wie m q : P p; das ist, wie das Differential der Ordinate zum Differential der Abscisse. Allein das Differential der Ordinate verhält sich beständig zum Differential der Abscisse, wie die Ordinate zur Subtangente: dies ist durchgehends das Verhältnis, nach dem in allen möglichen krummen Linien die Subtangente bestimmt wird; und in unserm Falle wird es in dem untersten Theile der Linie B M V durch die Aehnlichkeit der Dreyecke B C E und B A T bestätigt. Es verhält sich demnach die Dichtigkeit der Luft zur Dichtigkeit des Quecksilbers, wie die Barometerhöhe zur Subtangente.

Für uns ist dieses Verhältnis von der grösten Wichtigkeit. Die Subtangente hängt allein von der Thermometerhöhe ab, und sie läßt sich für jeden Grad des

Thermometers bestimmen; dies ist einer der Sätze, die ich im folgenden beweisen werde. Sie setzt uns also in den Stand, aus der Beobachtung des Barometers die Dichtigkeit der Luft herzuleiten, die auf jeder Höhe in der Atmosphäre statt hat: auch ist es die Subtangente, die bey allen meinen Untersuchungen über die Atmosphäre und die Bewegung eines Körpers in ihr zum Grunde liegen wird.

In der Folge meiner Rechnungen wird immer die Höhe $AP = x$, die Barometerhöhe AB auf dem Horizonte $= H$, und die Barometerhöhe PM auf der Höhe $AP = h$ seyn. So ist demnach unsere Gleichung folgende:

$$\frac{x}{S} = log. \frac{H}{h}; \text{ und } \frac{h}{H} = e^{-x : S}$$

Eine natürliche Folge hievon ist, daß erst auf der Höhe der Subtangente, die Dichtigkeit der Luft sich zu der in der untersten Schichte verhält wie 1 zur Basis des hyperbolischen Logarithmen-Systems, das ist, wie 1 : 2,718281828; und da diese Höhe weit über den höchsten Gipfel der Kordilleras hinaus geht, so wird in den meisten Fällen der Bruch $\frac{x}{S}$ sehr klein seyn, und die Brüche $\frac{H}{h}$ und $\frac{h}{H}$ werden sich nie weit von der Einheit entfernen.

Im strengsten Verstande müßten, den unendlichen Reihen zufolge, die uns die Rechnung des Unendlichen für die Logarithmen und für die Exponatialgrößen auf-

behalten hat, die beyden Gleichungen für unsere Linie folgende seyn: $\frac{h}{H} = 1 - \frac{x}{S} + \frac{xx}{2SS} - \frac{x^3}{2,3S^3} + \frac{x^4}{2.3.4\,S^4}$

$\frac{x^5}{2.3.4.5\,S^5} + \frac{x^6}{2.3.4.5.6.S^6}$ &c. und $\frac{x}{S} = \frac{H-h}{H} + \frac{1}{2}\left(\frac{H-h}{H}\right)^2$

$+ \frac{1}{5}\left(\frac{H-h}{H}\right)^3 + \frac{1}{4}\left(\frac{H-h}{H}\right)^4 + \frac{1}{5}\left(\frac{H-h}{H}\right)^5 + \frac{1}{6}\left(\frac{H-h}{H}\right)^6 +$ &c.

In dem Falle also, wo die beyden Brüche $\frac{x}{S}$ und $\frac{H-h}{H}$ so klein werden, daß ihre höhern Potestäten ohne Fehler weggelassen werden können, werden unsere Gleichungen sehr einfach: sie sind $\frac{h}{H} = 1 - \frac{x}{S}$, und $\frac{x}{S} = \frac{H-h}{H}$.

Sollte also durch eine einzige Beobachtung die Verminderung der Barometerhöhe bestimmt seyn, die einer gewissen, geometrisch oder mechanisch gemessenen Höhe zukömmt, so würde aus ihr die Subtangente sowohl als die Dichtigkeit der Luft in der untersten Schichte entschieden seyn. Kennen wir, zum Beyspiel, die Höhe x in Toisen, auf der das Barometer um eine *Linie gefallen ist*; so verhält sich die Subtangente zu ihr, wie die Barometerhöhe in der untersten Stelle zu einer Linie; und die Dichtigkeit der Luft verhält sich zur Dichtigkeit des Quecksilbers, wie eine Linie zu derselben beobachteten Höhe in Toisen.

Dieses ist die einzige Gleichung, auf die uns die Hypothese immer führt, daß die Dichtigkeit der Luft sich wie die Barometerhöhe verhält; und die ganze Verschiedenheit zwischen den vielen Regeln, die uns die vorzüglichsten Schriftsteller dieses Theils der Naturlehre hinterlassen haben, gründet sich allein darauf, daß bey ihnen die mittlere Barometerhöhe, und das Verhältnis zwischen den Dichtigkeiten der Luft und des Quecksilbers anders angenommen ist.

So ist nach Halley die mittlere Barometerhöhe 20 Londner Zolle, und das Quecksilber 10800 mal schwerer als die Luft. Seine Subtangente also ist 4219 Toisen.

So ist nach Mariotte die mittlere Barometerhöhe 28 Pariser Zolle, und auf einer Höhe von 60 Fuß ist sie eine Linie weniger. Bey ihm ist also das Quecksilber 8628 mal schwerer als die Luft, und seine Subtangente 3355 Toisen.

So ist nach Horrebow die mittlere Höhe 28 Zoll; und auf der Höhe von 75 Fuß ist sie um eine Linie kleiner. Seine Luft also ist 10785 mal leichter als das Quecksilber, und seine Subtangente 4194 Toisen.

Scheuchzer beobachtete in seinen sehr hohen Schweizergebirgen die Barometerhöhen am Fuße eines Felsens 309 $\frac{1}{3}$ Linien, die Höhe des Felsens selbst fand er 714 Fuß, und oben auf ihm hatte die Barometerhöhe um 10 Linien abgenommen. Seine Luft also am Fuße des Felsens war 10115 mal leichter als das Quecksilber, und seine Subtangente 3621 Toisen.

Bouguer fand am Ufer des Meers den mittlern Barometerstand 28 Zoll und 1 Linie, und gab die Regel, daß man, um für jeden andern Barometerstand die wahre Höhe in Toisen zu bestimmen, sie beyde in Linien ausdrücken, beyder Zahlen briggische Logarithmen aufsuchen, von ihrem Unterschiede den dreyßigsten Theil abziehen, von dem was übrig bleibt, die Kennziffer nebst den vier ersten Decimal-Ziffern behalten solle; und dies soll nach ihm die Höhe zwischen beyden Oertern in Toisen seyn. Dieser Regel zu Folge wird die Höhe, auf der das Barometer um den zwölften Theil einer Linie fallen müßte, gleich 1,0388 Toisen oder 10764 Linien seyn. Seine Luft also ist 10764 mal leichter als das Quecksilber, und seine Subtangente 4198 Toisen.

Lambert setzte die mittlere Barometerhöhe 28 Zoll oder 336 Linien, und gab nun noch eine leichtere Regel. Man suche, sagt er, die gemeinen Logarithmen zweyer Barometerstände in Linien ausgedrückt, auf

behalte von ihrem Unterschiede die Kennziffer und die vier ersten Decimal-Ziffern, und sehe dieses als eine ganze Zahl an. Sie ist die Höhe zwischen beyden Barometerständen in Toisen; mit einem kleinen Fehler, zu dessen Berichtigung er eine besondere analytische Formel angiebt. Es unterscheidet sich durch sie seine Regel vor allen übrigen; und sie selbst beruht allein darauf, daß Lambert annahm, die specifische Elasticität der Luft (so drückt sich aber Lambert nicht aus) seye vom Horizonte an bis in die höhern Regionen der Atmosphäre nicht unveränderlich, sondern sie werde immer größer, und das Gesetz nachdem sie größer werde, lasse sich durch die Ordinaten einer Hyperbel vom zweyten Grade vorstellen. Die weitere Ausführung hievon wäre für ein Buch über die aerostatischen Kugeln zu weitläufig. Unterdessen folgt aus den Lambertischen Angaben eine Dichtigkeit der Luft 11166 mal leichter als das Quekfilber, und eine Subtangente von 4342 Toisen.

Mayers Regel kömmt mit der Lambertschen völlig überein; nur fehlt bey ihm die gemeldte Lambertsche Berichtigung, und seine mittlere Barometerhöhe ist 340 Linien. Bey ihm ist also die Höhe, auf der der Barometerstand um den zwölften Theil einer Linie abgenommen haben müßte, gleich 1,065 Toisen, das ist 11043 Zwölftheile einer Linie; so wie die nemliche Höhe nach

der Lambertschen Regel, gleich 2,077 Toisen, oder 11166 Zwölftheile einer Linie ist. Seine Luft ist also 11043 mal leichter als das Quecksilber, und seine Subtangente 4346 Toisen.

Die außerordentlichen Verdienste des de Luc'schen Werks um die Atmosphäre haben seine Barometer- und Thermometer-Sprache jedem Naturforscher unentbehrlich gemacht. Bey einer Temperatur der Luft, die durch 16 $\frac{3}{4}$ Grade des Reaumurischen Thermometers angezeigt wurde, beobachtete er die Barometerhöhe 29 Zoll, oder 348 Linien, und die Höhe, auf der es eine Linie niediger stund, war von 12497 Tausendtheilen einer Toise. Es setzt diese Beobachtung eine Subtangente von 4342,704 Toisen voraus, und eine Luft, deren Dichtigkeit sich zur Dichtigkeit des Quecksilbers verhält, wie 1 : 10782. Und dies führt uns auf die de Luc'sche Regel; man multiplicire den Unterschied der gemeinen Logarithmen beyder Barometerhöhen mit 10000; das Produkt ist der Unterschied der Höhen der Beobachtungsorte in Toisen; eine Regel, die für dieselbe Temperatur den Quecksilberfall um den zwölften Theil einer Linie auf 1039 Tausendtheilchen einer Toise festsetzt.

Nun ist es möglich die Veränderung in der Anordnung der atmosphärischen Schichten zu bestimmen, wenn die beyden einigen beständigen Größen, auf welchen sie nach dem Mariottischen Gesetze beruht, die

gröste Barometerhöhe, und die Subtangente sich verändern sollten. Die erstere zeigt uns immer die ganze Masse der Atmosphäre und mit ihr zugleich die absolute Federkraft ihrer untersten Schichte an. Die leztere mit der grösten Barometerhöhe verglichen, sagt uns, in welchem Verhältnisse das Quekſilber mit der Luft in der untersten Schichte steht. Wir wissen aber aus dem vorhergehenden, daß die Dichtigkeiten der Luft sich verhalten, wie die Barometerhöhen durch die specifischen Federkräfte dividirt; es müssen also die Subtangenten in dem geraden Verhältnisse der specifischen Federkräfte stehen. Die Untersuchung also, nach welchen Gesetzen verändert sich die Atmosphäre, wenn sich ihre Masse oder die specifische Federkraft verändert, wird nunmehr ganz geometrisch; sie hängt allein von den Eigenschaften der logarithmischen Linie ab.

Die ganze Untersuchung, in welcher Verbindung stehen zwo logarithmische Linien untereinander, die zu einer gemeinschaftlichen Axe gehören, zerfällt in zween Fälle: entweder sind ihre Subtangenten unter sich gleich, oder sie sind es nicht.

Es seye demnach (Fig. II.) die unbestimmte Linie AS die gemeinschaftliche Asymptote zweyer logarithmischer Linien BM KT und CN LV, die die nemliche AT zur Subtangente haben: bey denen aber im Punkte A die Ordinate der erstern AB, die Ordinate der leztern

AC ist. Es gehe durch den Punkt P eine Linie PMN auf die Asymptote senkrecht, und durch M eine andere QML mit ihr parallel : die erstere schneide beyde logarithmischen Linien in den Punkten M, N; die leztere in den Punkten M, L.

Da nach der Anleitung unserer allgemeinen Gleichungen, der Bruch $\frac{AP}{AT}$ zugleich der Logarithmus zweyer Verhältnisse seyn muß, $\frac{AB}{PM}$ und $\frac{AC}{PN}$, so werden diese leztern auch unter sich gleich seyn. Es stehen also auf jeder Höhe die Ordinaten, die einer gemeinschaftlichen Abscisse zugehören, unter sich in einem beständigen Verhältnisse; in dem Verhältnisse nemlich der untersten Ordinaten AB und BC, *die ich als* gegeben voraussetze; *das heißt, es ist* $AB : AC = PM : PN = OK : OL$.

Bey Abscissen, wie AP und AO, die den gleichen Ordinaten PM und OL zugehören, haben folgende Gleichungen statt : $\frac{AP}{AT} = Log. \frac{AB}{PM}$ und $\frac{AO}{AT} = Log. \frac{AC}{OL}$.

Der Unterschied beyder Gleichnngen, $\frac{AO - AP}{AT} = Log. \frac{AC}{AB}$ führt uns darauf, daß der Werth des Unterschiedes beyder Abscissen, oder die Linie OP beständig ist; er ist dem Ausdrucke $AT\ Log. \frac{AC}{AB}$ gleich. Die Linie CN LV ist also nichts anders als die um die Höhe $OP = AT\ Log. \frac{AC}{AB}$ hinauf gerückte Linie BMKT ; und dies konnte

man schon leicht daher erwarten, daß alle logarithmischen Linien, die gleiche Subtangenten haben, unter sich vollkommen gleich seyn müssen.

In dem Falle, wo die Ordinaten AB und AC beynahe einander gleich sind (und dies ist in unserer Atmosphäre, wo die gröste Abweichung der Barometerhöhe von ihrem mittlern Werthe keinen achtzehnten Theil des Ganzen beträgt, der gewöhnliche Fall) wird der Ausdruck dieses beständigen Unterschieds OP sehr einfach: er ist $= \frac{AT \cdot BC}{AB}$. Es verhält sich demnach die kleinere Ordinate, zum Unterschiede zwischen ihr und der größern, wie die Subtangente zum beständigen Unterschiede zweyer Abscissen, die gleichen Ordinaten zugehören.

Etwas zusammengesetzter ist die Vergleichung zweyer logarithmischen Linien, deren Subtangenten verschieden sind. Es seyen in diesem Falle die beyden Linien BMT, BNV (Fig. III.) Die Subtangente der erstern seye S, und die der leztern S'. Es gehen nun, wie im vorigen Falle, aus dem Punkte M zwey Linien aus; die erste PMN mit der Ordinate, die andere QML mit der Asymptote parallel.

Das erste, was uns hier eine genaue Theorie der logorithmischen Linie anzeigt, ist dieses, daß zwey Abscissen AP und AO, die den gleichen Ordinaten PM und OL zugehören, in einem beständigen Verhältnisse unter-

einander stehen müssen, die Entfernung der Linie QML von der Axe möge auch seyn welche sie wolle: sie verhalten sich nemlich wie die Subtangenten beyder Linien, S und S'.

Der Logarithmus des Verhältnisses $\frac{PN}{PM}$, zweyer Ordinaten nemlich, die einer gemeinschaftlichen Abscisse zugehören, ist $= \frac{AP(S'S)}{SS'}$. Es steht also dieser Logarithmus mit der Abscisse AP in einem beständigen Verhältnisse; er wächst, so wie sie größer wird. Sollte jenes Verhältnis der Ordinaten gegeben seyn, und die Höhe gesucht werden, auf dem es statt hat, so ist diese Höhe

$$AP = \frac{SS'}{S'S} Log. \left(\frac{PN}{PM}\right).$$

In dem Falle, wo es uns erlaubt ist $S' = S + dS$; $PM = h$, $PN = h + dh$ anzunehmen, erhalten wir den Werth von dh durch folgende Formel: $dh = \frac{h \times dS}{SS}$; es verhält sich demnach das Quadrat der Subtangente zum Produkt aus der Höhe in die Ordinate, wie das Differential der Subtangente zum Differential der Ordinate. Soll dh gegeben seyn, so ist alsdann $x = \frac{SS\,dh}{h\,dS}$; es verhält sich demnach das Differential der Subtangente zum Differential der Ordinate, wie das Quadrat der Subtangente durch die Ordinate dividirt, zur gesuchten Höhe $AP = x$.

Da beyde logarithmische Linien aus einem Punkte B ausgehen, und beyde doch sich der Asymptote A S unendlich nähern, im Unendlichen also wieder vereinigt werden müssen; so muß nothwendig eine gewisse Entfernung von A B seyn, bey der dieser Unterschied der Ordinaten M N der gröste unter allen ist: und diese Entfernung wird da seyn, wo die Ordinaten unter sich in dem Verhältnisse der Subtangenten stehen; wo P M : P N $=$ S : S′. Es ist demnach die diesem Verhältnis zugehörige Abscisse $AP = \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{S'}{S}$; und die Ordinaten P M und P N selbst werden durch folgende Gleichungen ausgedrückt;

$$\frac{PM}{B} = \left(\frac{S}{S'}\right)^{\frac{s'}{s'-s}} ; \frac{PN}{AB} = \left(\frac{S}{S'}\right)^{\frac{s}{s'-s}}.$$

In dem Falle also, wo $S' \doteq S + dS$, und dS sehr klein ist, ist dieselbe Höhe A P die Subtangente selbst; und die kleinere der beyden Ordinaten verhält sich zu A B, wie 1 zu 2,718281828, der Basis des hyperbolischen Logarithmen-Systems.

Es ist bey diesen Lehrsätzen angenommen worden, daß die erste Ordinate diejenige sey, die dem gemeinschaftlichen Durchschnitts-Punkte B zugehört. Allein in unserer Atmosphäre ist das der seltenste Fall. Es muß also die Theorie allgemeiner gemacht, und auch auf die Fälle ausgedehnt werden, wo sowohl die untersten Ordinaten, als die Subtangenten verschieden sind. Es falle demnach

der Durchschnitts-Punkt zuerst unter den Anfang der Abscissen, und dannauch über ihn.

In unserer vierten Figur ist AS die gemeinschaftliche Asymptote der beyden logarithmischen Linien BMT und CNV; die unterhalb der Linie ABC verlängert einander im Punkte D begegnen würden. Es seye die Ordinate der erstern $AB = B$, ihre Subtangente S; die Ordinate der leztern $AC = B'$, ihre Subtangente S'.

Ordinaten, wie PM, PN, die einer gemeinschaftlichen Abscisse zugehören, sind dem allgemeinen Lehrsatze unterworfen: $\left(\frac{AB}{PM}\right)^{s} = \left(\frac{AC}{PN}\right)^{s'}$. Ist demnach diese Abscisse AP gegeben, und es wird das zugehörige Verhältniß der Ordinaten PN : PM gesucht, so ist $Log. \frac{PN}{PM} = Log. \frac{B'}{B} + \frac{(S'-S)\,AP}{SS'}$. Ist das Verhältnis $\frac{PN}{PM}$ gegeben, und es wird die ihm zugehörige Abscisse AP gesucht, so ist $AP = \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{B.PN}{B'PM}$.

Die Lage des Durchschnitts-Punktes P wird durch folgende Ausdrücke bestimmt. Die ihm zugehörige Abscisse AE ist $= \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{B'}{B}$. Und für die Ordinate PE sind zwey Formeln da: $Log. \frac{ED}{AB} = \frac{S'}{S'-S} Log. \frac{B'}{B}$; und $Log. \frac{ED}{AC} = \frac{'S}{S'-S} Log. \frac{B'}{B}$. Sie führen auf das Verhältniß $S : S' = Log. \frac{DE}{AC} : Log. \frac{DE}{AB}$; und aus ihm leite ich

zur Bestimmung der Ordinate eine dritte, noch leichtere Formel her : $Log.\,DE = \frac{S'\,Log.\,AC - S\,Log.\,AB}{S'-S}$.

Der gröste Unterschied der zu einer Abscisse gehörigen Ordinaten wird, wie bisher da seyn, wo sich untereinander verhalten, wie die Subtangenten S und S'. Die zugehörige Abscisse AP ist $\frac{SS'}{S'-S}\ Log.\frac{BS'}{B'S}$. Die Ordinaten selbst werden nach folgenden Ausdrücken berechnet : $Log.\frac{AB}{PM} = \frac{S'}{S'-S}\ Log.\frac{BS'}{B'S}$; und $Log.\frac{AC}{PN} = \frac{S}{S'-S}\ Log.\frac{BS'}{B'S}$.

Abscissen endlich, wie AP und AO, denen gleiche Ordinaten zugehören, sind in folgender allgemeinen Gleichung enthalten : $Log.\frac{B'}{B} = \frac{S.AO - S'.AP}{SS'}$ Und da $AO = AP + PO$, so ist $S.PO = (S'-S)\,AP + SS'\ Log.\frac{B'}{B}$; daß also die Unterschiede PO mit den Abscissen AP in einem arithmetischen Verhältnisse fortgehen müssen. Endlich da $Log.\frac{PN}{PM} = Log.\frac{B'}{B} + \frac{(S'-S)\,AP}{SS'}$, so ist $\frac{PO}{S'} = Log.\frac{PN}{PM}$; und so würde $\frac{PO}{S} = Log\frac{OL}{OK}$ seyn. Es hat also für jedes PO ein besonderes ihm zugehöriges Verhältnis der Ordinaten steht; und das eine läßt sich nun aus dem andern sehr leicht bestimmen.

In den andern Fällen, wo es erlaubt ist, $B' = B + dB$, und $S' = S + dS$ anzunehmen, und die höhern Potenzen von dB und dS ganz wegzulassen, werden alle diese Ausdrücke weit einfacher.

Von zwey Ordinaten, PM und PN, die der nemlichen Abscisse AP zugehören, seye die kleinere $PM = y$ die größere $PN = y + dy$; die Abscisse $AP = x$. So ist $\frac{dy}{y} = \frac{dB}{B} + \frac{x\,dS}{SS}$; und $\frac{x}{S} = \left(\frac{dy}{y} - \frac{dB}{B}\right) : \frac{dS}{S}$.

Von zwey Abscissen AO und AP, die den gleichen Ordinaten PM und OL zugehören, seye die kleinere $AP = x$, die größere $AO = x + dx$, die Ordinate PM oder $OL = y$. So ist $\frac{dB}{B} = \frac{S\,dx - x\,dS}{SS}$; und demnach $dx = \frac{x\,dS}{S} + \frac{S\,dB}{B}$. Und da nach dem vorigen Satze $\frac{S\,dB}{B} + \frac{x\,dS}{S} = \frac{S\,dy}{y}$; so ist also $\frac{dx}{S} = \frac{dy}{y}$; das heißt: es verhält sich der Unterschied der Ordinaten MN zur größern unter ihnen PM, wie PO zur größern der beyden Subtangenten S'; und eben so verhält sich der Unterschied der Ordinaten KL zur kleinern unter ihnen OK, wie PO zur kleinern der Subtangenten S.

Für den Punkt D, wo beyde logarithmische Linien einander unterhalb der Linie ABC begegnen, ist die Abscisse $AE = \frac{SS\,dB}{B\,dS}$; und der Logarithme des Verhältnisses $\frac{ED}{AB}$ oder $\frac{ED}{AC}$ (denn AB und AC werden hier als gleich angesehen) ist $\frac{S\,dB}{B\,dS}$.

Die Abscisse AP endlich, welcher der gröste der Unterschiede zweyer Ordinaten zugehört, die der nemlichen

Abscisse zugehören, ist $\frac{AP}{S} = 1 - \frac{S\,dB}{B\,dS}$; und dies ist zugleich der Logarithmus des Verhältnisses $\frac{AB}{PM}$ oder $\frac{AC}{PN}$. Die Ordinaten selbst verhalten sich an derselben Stelle, wie die Subtangenten beyder logarithmischer Linien.

Der zweyte Fall, derjenige unserer fünften Figur, wo der Durchschnitts-Punkt P der logarithmischen Linien BDT und CDV über die angenommene erste Ordinate ACB fällt, ist von dem vorigen nur in dem entgegengesetzten Werthe einiger Buchstaben unterschieden. Es seye, wie bisher, die Subtangente der erstern Linie $= S$, die der leztern $= S'$, $AB = B$, $AC = B'$; so ist B' kleiner als B; es werden daher $B' - B$, *Log.* $\frac{B'}{B}$, und dB lauter verneinte Größen: und nun ist das Verhältnis beyder Linien in der Sprache der Analysis folgendes.

Die Höhe AE, auf der sich der Durchschnitts-Punkt D befindet, ist $= \frac{SS'}{S' - S}$ *Log.* $\frac{B}{B'}$. Die Ordinate DE wird durch die beyden Formeln bestimmt: *Log.* $\frac{AB}{ED} = \frac{S'}{S' - S}$ *Log.* $\frac{B}{B'}$; und *Log.* $\frac{AC}{ED} = \frac{S}{S' - S}$ *Log.* $\frac{B}{B'}$. Sie führen uns auf die Proportion *Log.* $\frac{AC}{ED}$: *Log.* $\frac{AB}{ED} = S : S'$; die uns zur Bestimmung der Ordinate DE noch außerdem die besondere Formel liefert; *Log.* $ED = \frac{S'\ \textit{Log.}\ AC}{S' - S} - \frac{S\ \textit{Log.}\ AB}{S' - S}$.

Ordinaten, wie PM, PN, die der nemlichen Abscisse zugehören, sind in folgender Gleichung enthalten: $Log. \frac{PM}{PN} = Log. \frac{B}{B'} - \frac{(S'-S)\,AP}{SS'}$. Sobald also $AP = \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{B}{B'}$, so wird der Logarithme von $\frac{PM}{PN}$ wirklich o; und über P hinaus ist nicht $Log. \frac{PM}{PN}$, sondern $Log. \frac{PN}{PM}$ positiv, und $= \frac{(S'-S)\,AP}{SS'} - Log. \frac{B}{B'}$. Die Höhe AP wird aus dem Verhältnisse $\frac{PM}{PN}$ so bestimmt: $AP = \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{B.PN}{B'.PM}$.

Der Punkt der Axe P', wo der Unterschied der Ordinaten M'N' der gröste ist, wird durch die Gleichung gefunden: $AP' = \frac{SS'}{S'-S} Log. \frac{BS'}{B'S}$. Die Ordinaten selbst werden völlig bestimmt nach der allgemeinen Gleichung der logarithmischen Linie, und sie stehen unter sich in dem geraden Verhältnisse der Subtangenten.

Abscissen endlich, wie AP, AO, die gleichen Ordinaten zugehören, sind in folgenden Gleichungen enthalten: $Log. \frac{B}{B'} = \frac{S.'AP - S.AO}{SS'}$. Und da $AO = AP - PO$, so ist $S.PO = SS' Log. \frac{B}{B'} - (S'-S)\,AP$. Da ferner $Log. \frac{B}{B'} - \frac{(S'-S)\,AP}{SS'} = Log. \frac{PM}{PN}$, so erhalten wir $\frac{PO}{S'} = Log. \frac{PM}{PN}$; und eben so würde $\frac{PO}{S} = Log. \frac{OK}{OL}$ seyn.

Bey dem Durchschnitts-Punkte O wird der Ausdruck für PO das, was er werden soll: nemlich o. Ueber ihn hinaus wird P'O' negativ; denn dort fällt der Punkt P' unter O'; von E an also ist $\frac{P'O'}{S'} = Log. \frac{P'N'}{P'M'}$; und $\frac{P'O'}{S} = Log. \frac{O'L'}{O'K'}$.

In dem Falle, wo es erlaubt ist, $B' = B - dB$ anzunehmen, werden diese Ausdrücke, wie vorhin, weit leichter.

Von zwey Ordinaten, PM, PN, die der nemlichen Abscisse zugehören, seye die der Linie BDT zugehörige, $PM = y$; und die andere, die sich an CDV endigt, $PN = y - dy$. So ist $\frac{dy}{y} = \frac{dB}{B} - \frac{x dS}{SS}$; und $\frac{x}{S} = \left(\frac{dB}{B} - \frac{dy}{y}\right) : \frac{dS}{S}$.

Es ist offenbar, daß dy da null werden muß, wo $x = \frac{SS dB}{B dS}$; und der Logarithme des Verhältnisses $\frac{AB}{DE}$ oder $\frac{AC}{BE} = \frac{S dB}{B dS}$ wird; und so sind zugleich für den Durchschnitts-Punkt P, die Abscisse und die Ordinate bestimmt. Ueber ihn hinaus wird dy negativ: denn dort sind die der Linie BDT zugehörigen Ordinaten kleiner als die, welche vom nemlichen Punkt der Axe ausgehen, und sich an der andern Linie CDV endigen.

Von zwey Abscissen AP, AO, für welche die Ordinaten OL, und PM gleich sind, und von welchen die eine sich an der Linie BDT, die andere an CDV endigt, seye die erstere x, die andere $x - dx$. So ist $dx = \frac{S dB}{B} - \frac{x dS}{S}$; und folglich $\frac{dx}{S} = \frac{dy}{y}$. Das heißt; wenn die logarithmische Linie BDT für die Ordinate AB = B

und die Subtangente S beschrieben ist, und nun um eben die Axe eine andere CDV beschrieben wird, deren unterste Ordinate $AC = B - dB$, und deren Subtangente $S + dS$ ist; und diese Größen dB und dS als unendlich klein angenommen, und als Differential-Größen behandelt werden; und es werden nun durch einen gewissen Punkt L der zuerst angenommenen Linie BDT die beyde Linien DLK, und QLM gezogen, die erstere auf die Axe senkrecht, die leztere mit ihr parallel: so verhält sich in dem unendlich kleinen Dreyeck MLK, die Seite ML zur Seite LK wie die Subtangente zur Ordinate PM oder OL.

Die Abscisse AP' endlich, welcher in diesem Falle der gröste Unterschied M'N' der Ordinaten zugehört, wird durch folgende Gleichung bestimmt: $\frac{AP}{S} = 1 + \frac{S\,dB}{B\,dS}$. Es steht demnach der Punkt der Axe, dem der gröste Unterschied der Ordinaten zugehört, um etne ganze Subtangente höher als derjenige, dem der Durchschnitts-Punkt D gegenüber steht.

In dem besondern Falle, wo die untersten Ordinaten AB und AC im umgekehrten Verhältnisse der Subtangenten stehen; und wo also $B : B' = S' : S$; und $dB : dS = B : S$; in diesem besondern Falle ist AE selbst der Subtangente gleich; und die Abscisse AP', bey welcher der Unterschied der Ordinaten M'N' der gröste unter allen, ist eben dieselbe Subtangente zweymal genommen.

Die ganze Anwendung dieser Theorie auf unsere Atmosphäre beruht nun auf den einzigen Lehrsätzen: daß die Barometerhöhe immer der Masse der Atmosphäre, ihrem Drucke, und daher auch der absoluten Federkraft der Luft proportional ist, daß die Dichtigkeiten der Luft sich verhalten wie die Barometerhöhen, durch die specifischen Federkräfte dividirt; und daß die Subtangenten also mit diesen specifischen Federkräften in einem geometrischen Verhältnisse stehen, die Barometerhöhen und die Dichtigkeiten der Luft mögen nun seyn welche sie wollen. Masse der Atmosphäre und der Grad ihrer specifischen Federkraft; vorausgesetzt, daß er ihre ganze Höhe durch unveränderlich ist, sind es allein, durch die die Dichtigkeit der Luft und die Barometerhöhe an jeder Stelle bestimmt wird.

Gesetzt also, es nähme bey unveränderter Federkraft allein die Masse der Atmosphäre ab oder zu, so bleibt die Subtangente eben dieselbe, Dichtigkeit der Luft aber und Barometerhöhe verändern sich nicht nur in A, sondern in jeder andern Stelle in dem Verhältnisse der vermehrten oder verminderten Masse; und die Atmosphäre ist in dem Falle unserer zweyten Figur.

Verändert sich bey unveränderter Masse allein die specifische Federkraft der Atmosphäre, so nimmt die Subtangente in eben dem Verhältnisse ab und zu; die unterste Barometerhöhe in A bleibt eben dieselbe, die

Dichtigkeit der Luft aber in A verändert sich im umgekehrten Verhältnisse der specifischen Federkräfte. Beyde Linien der Barometerhöhen sind also in dem Falle unserer dritten Figur; die Linien der Dichtigkeiten aber verhalten sich so, wie die beyden Linien BDT und CDV der fünften; und es ist eine gewisse Höhe AP', wo die Dichtigkeit der Luft, ohngeachtet des ganz veränderten Zustandes der Atmosphäre, noch eben dieselbe ist, die sie zuvor war.

Verändert sich die Masse und die specifische Federkraft zugleich, und beyde in gleichem Verhältnisse, so verändert sich nach eben demselben Verhältnisse auch die Barometerhöhe in A; allein die Dichtigkeit der Luft in A bleibt unverändert. Die Linien der Barometerhöhen sind also hier in dem Falle unserer vierten Figur; die Linien der Dichtigkeiten aber verhalten sich wie die Linien BV und BT der dritten; so daß die Höhen, auf denen sich eben dieselbe Dichtigkeit befindet, mit den specifischen Federkräften in einem Verhältnisse stehen.

Verhalten sich die Massen, wie die Quadrate der Federkräfte; so verändern sich die Barometerhöhen in A nach eben dem Gesetze, die Dichtigkeiten der Luft aber in A stehen mit den Federkräften in gleichem Verhältnisse; sie gehören also in den Fall der vierten Figur.

Stehen endlich die Massen und die specifischen Federkräfte in einem umgekehrten Verhältnisse, so sind die

beyden Linien der Barometerhöhen in dem Falle der logarithmischen Linien BDT und CDV der fünften Figur; die Dichtigkeiten der Luft aber in A verhalten sich wie die Quadrate der Barometerhöhen, oder umgekehrt, wie die Quadrate der specifischen Federkräfte.

Dies ist das Gesetz, nach welchem die Dichtigkeiten der Luft in der Atmosphäre fortgehen, und das allein von zwey beständigen Größen abhängt, der untersten Ordinate, die die Barometerhöhe selbst ist, und der Subtangente, die mit ihrer specifischen Federkraft in einem geometrischen Verhältnisse steht, und die mit der gröſten Barometerhöhe verbunden, die Dichtigkeit der Luft in der untersten so wie in jeder andern Stelle bestimmt. Dies sind zugleich die Veräuderungen, die in der Ordnung der atmosphärischen Schichten vorgehen, wann ihre specifische Federkraft und die gröste Barometerhöhe vermehrt oder vermindert wird. Die Anwendung dieser ganzen Theorie setzt also voraus, daß die specifische Federkraft in jedem Augenblicke, und durch sie die Dichtigkeit der Luft in der untersten Schichte bestimmt werden könne; und aufmerksame Leser werden es jezt schon vermuthen, daß die erstere von der Thermometerhöhe allein abhange, die leztere aber die vereinigte Beobachtungen des Barometers und Thermometers erfordere. Und dies ist die Aufgabe, zu deren Auflösung Mathematik und Physik einander die Hände bieten

müssen, und die reichhaltig genug ist, um einem eigenen Abschnitte allein vorbehalten zu werden.

Siebenter Abschnitt.

Bestimmung der specifischen Federkraft und der Dichtigkeit der Luft durch die vereinigten Beobachtungen der Barometer- und Thermometerhöhen.

Die Mittel, die uns die Naturlehre anbeut, das Verhältnis der specifischen Schwere der Luft zu Wasser und Quecksilber anzugeben, sind sehr vielfältig, allein sie sind bey weitem nicht alle von gleichem Werthe.

Das älteste Mittel, dessen sich schon Galilåi, Riccioli und Boile in ihren Versuchen bedienten, zu einer Zeit, wo die ersten Anfangsgründe in der Kenntnis der Luft eben so neu waren, als es jezt die feinsten Versuche mit den künstlichen Luftarten sind, allein wo die Neigung zur Physik bey weitem nicht so allgemein war, und nur einige wenige Gelehrte beschäftigte, bestund darin, daß man eine Blase oder eine gläserne hohle Kugel, zuerst mit Luft angefüllt, und dann luftleer besonders wog, das leztere Gewicht von dem erstern abzog, den Ueberrest mit dem körperlichen Inhalt der Blase verglich, und so das Gewicht eines Kubikfußes gegebener Luft, und durch es das

Verhältnis ihrer Schwere, zu der des Wassers und des Quecksilbers bestimmte. Allein es zeigte schon die große Verschiedenheit zwischen den Angaben eines Galilai, und eines Riccioli, daß dieses Mittel den grösten Unvollkommenheiten unterworfen war, die selbst nach der Erfindung der Luftpumpe, nie ganz vermieden werden konnten. Die mühsamen Vorbereitungen zu diesen Versuchen, die beynahe nicht anders als in dem Kabinete des Gelehrten angestellt werden können, machen es uns überhaupt unmöglich, eine Größe zu bestimmen, die keine Stunde lang ganz unverändert bleibt. Ueberdies beträgt immer der Körper, der zu diesen Versuchen bestimmt werden muß, er mag auch noch so leicht seyn, immer noch an Gewichte so viel, daß die kleine Verminderung dieses Gewichts durch den Verlust der zuvor eingeschlossenen Luft beynahe unmerklich ist, und nie mit der Genauigkeit bestimmt werden könnte, die zur Anwendung unserer Theorie uuf den wirklichen Zustand der Atmosphäre unentbehrlich wäre.

Eine zuverläßigere Bestimmung giebt uns unsere Theorie selbst an die Hand. Gesetzt, man habe durch einen sehr leichten Versuch die Höhe bestimmt, auf der das Barometer um eine Linie niedriger steht, so würde dieselbe Höhe in Toisen durch den Unterschied der hyperbolischen Logarithmen beyder Baromcterhöhen dividirt, die Subtangente unserer logarithmischen Linie seyn, die sich

sodann zur grösten Barometerhöhe, wie die Dichtigkeit des Quecksilbers zur Dichtigkeit der Luft verhält. Ist dieselbe Höhe so unbeträchtlich, daß man ohne eine merkliche Abweichung von geometrischer Schärfe die Luft zwischen ihrer obersten und uns untersten Grenze als gleich dicht annehmen kann, so verhält sie sich zur Verminderung des Barometerstandes auf ihr, wie die Dichtigkeit des Quecksilbers zur Dichtigkeit der Luft; und so könnte man die Rechnung mit Logarithmen entbehren. Allein auch dieses Mittel ist immer für unsere Absichten noch unvollkommen genug; denn wir finden nicht immer eine Höhe, die schon in Toisen bestimmt ist, auf die wir steigen können, um auf ihr die Verminderung des Barometerstandes zu beobachten, und die doch, wenn sie uns anders die Dichtigkeit der Luft mit einem gewissen Grade von Genauigkeit geben soll, wenigstens vierzig oder fünfzig Toisen betragen muß.

Einen ganz andern Weg schlug in den gemäßigtern Himmelsstrichen des mittlern Amerika **Bouguer** ein, der um das Gesetz der Dichtigkeiten der Atmosphäre genau zu erfahren, die Dichtigkeit der Luft auch bestimmen mußte. Er beobachtete den Gang des Penduls, und den Verlust der Bewegung, den es in einer gewissen Zeit erlitt, der allein dem Widerstande der Luft zugeschrieben werden konnte, und mit ihrer Dichtigkeit in einem gewissen Verhältnisse stehen mußte. So berichtigte er seine Versuche

mit dem Barometer, die in der Geschichte der Naturlehre die gröste Aufmerksamkeit verdienen; und da der Verlust der Bewegung seines Penduls in einerley Zeit auf dem obern Theile der Kordilleras genau sich wie die Barometerhöhe verhielt, in niedrigen Gegenden aber merklich von diesem Verhältnisse abwich; so schlos er eben daraus, daß nur in den höhern Regionen das Mariottische Gesetz allgemein angenommen werden könne; die niedrigern Luftschichten aber einem ganz andern Gesetze folgten. Allein die großen Ungleichheiten im Gange des Penduls, die unvermeidlich sind so bald es der freyen Luft ausgesetzt ist, müßten uns alle Resultate unserer Beobachtungen verdächtig machen; und dann würde hiezu eine Theorie erfordert, die in unsern Zeiten noch nicht ganz ins reine gebracht ist, und die uns Neuton selbst in der grösten Unvollkommenheit hinterlassen hat.

Die vereinigte Beobachtung der Barometer- und Thermometerhöhe wäre aus vielen Ursachen jedem andern Mittel leicht vorzuziehen; allein wir müssen hiezu die Regel kennen, nach welcher aus ihr die Dichtigkeit der Luft bestimmt werden kann, und diese kann wohl nichts anders als die Frucht wiederholter Beobachtungen seyn. Dies ist eben das Problem, dessen Auflösung den außerordentlichen Verdiensten eines Gelehrten vorbehalten war, dessen Werk über die Atmosphäre die Physik immer unter ihre schätzbarsten zählen wird, wenn auch je eine ernst-

haftere Mathematik noch hier und da nicht ganz mit seinen Bestimmungen zufrieden seyn sollte. Herr de Luc war nach einer langen Reihe der mühsamsten Beobachtungen endlich so glücklich, die Höhe eines Orts in Toisen, die er für eine gewisse Temperatur der Luft nach dem Mariottischen Gesetze mit Logarithmen berechnet hatte, für jede Veränderung des Barometer- und Thermometerstandes so zu berichtigen, daß die nunmehr verbesserte Höhe mit der geometrischen Messung genau übertinstimmte. Seine Barometer-Beobachtungen sind mit aller der Genauigkeit angestellt, die man nur immer von dem aufgeklärtesten Naturforscher erwarten konnte; und unter ihnen zeichnen sich diejenigen besonders aus, die an fünfzehn Standpunkten von verschiedener Höhe auf dem Berge Saleve gemacht worden sind. Die Höhe der Standpunkte selbst war immer durch die genauesten geometrischen Messungen bestimmt; und von den Resultaten der Beobachtungen können sich die Leser die deutlichsten Begriffe machen, dabey ihnen immer Tag und Stunde, der Zustand der Atmosphäre in Ansehung auf die Luftbegebenheiten, die Barometerhöhen am niedrigsten und am höchsten Orte in Sechzehntheilen der Linie ausgedrückt, die Unterschiede der Barometerhöhen, die Resultate der Rechnung mit den Logarithmen, die Wärme der Luft an beyden Standpunkten, und endlich die berichtigte Höhe, nach der gefundenen Verbesserung

des Herrn de Luc aufs genaueste angezeigt sind. Und aus diesen Beobachtungen werden wir nun bestimmen, wie für jeden Grad des Thermometers die besondere specifische Federkraft der Luft angegeben werden müsse.

Aus jeder seiner Höhenmessungen konnte de Luc immer die Höhe in Toisen bestimmen, auf der das Barometer eine Linie niedriger als am untersten Stands-Punkte stehen mußte, für die Temperatur der Luft nemlich, für welche der Barometer- und Thermometerstand zugleich beobachtet war. Nach unserer Theorie müßte das Verhältnis dieser Höhen so bestimmt werden. Es seye zu einer gewissen Zeit die specifische Federkraft der Luft $=E$, die Barometerhöhe $=H$, die Dichtigkeit der Luft $=D$, und die Höhe, auf der das Barometer um eine Linie niedriger steht, $=V$. Zu einer andern Zeit seye die Federkraft $=e$, die Barometerhöhe $=h$, die Dichtigkeit der Luft $=d$, und die Höhe, auf der das Barometer um eine Linie niedriger steht, $=v$. Da die Dichtigkeit der Luft sich immer verhält, wie die Masse durch das Volumen dividirt, und in gegenwärtigem Falle beyde Massen eine Linie Quecksilberhöhe betragen, und also unter sich gleich sind, so wird die Dichtigkeit in umgekehrtem Verhältnis der Höhe stehen, auf der das Barometer um eine Linie niedriger steht; wir erhalten also $d : D = V : v$. Die specifischen Federkräfte aber stehen in geradem Verhältnisse der Barometerhöhen, und im um-

gekehrten Verhältnis der Dichtigkeit; und dieses Gesetz führt uns auf folgende Proportion, $E : e = Hd : hD$, im gegenwärtigen Falle also $E : e = HV : hv$. Wäre also die specifische Federkraft der Luft immer eben dieselbe, so müste auch die Barometerhöhe im umgekehrten Verhältnis der Höhe fortgehen, auf der das Quecksilber um eine Linie niedriger steht; und das Produkt aus beyden müßte unveränderlich seyn.

Bey einer Barometerhöhe von 29 Zoll, oder 348 Linien, und bey 16 $\frac{3}{4}$ Graden des Reaumur'schen Thermometers über dem Gefrierpunkte, hatte de Luc die Höhe, auf der das Quecksilber eine Linie niedriger steht, durch genaue und oft wiederholte geometrische Messungen auf 12497 Tausendtheilchen einer Toise, oder 74/982 Fuße festgesetzt. Diese Höhe mit ihren zugehörigen 348 Linien Barometerstand multiplicirt, giebt das Produkt 26094. Würde also die specifische Federkraft der Luft beständig seyn, so dürfte man nur diese Zahl durch jede andere Barometerhöhe in Linien ausgedrückt dividiren, um die Höhe, auf der das Barometer eine Linie niedriger stehen müßte, in Schuhen zu erhalten. Allein dies war es eben, was de Luc nie beobachtete. Eine lange Reihe von Höhenmessungen lehrte ihn, daß bey jeder so bestimmten Höhe eine Verbesserung angebracht werden müsse, die allein von dem Thermometerstande abhängt. Sie führte ihn auf den Lehrsatz, daß um den bestimmten Punkt

der Temperatur sich die Verbesserung für einen Grad des Thermometers zur Höhe des Orts verhielt wie 1 : 215.

Nach diesen Einsichten könnte nun für jeden andern Grad des Thermometers jede Höhe leicht berichtigt werden; allein dem Herrn de Luc schien die Reaumur'sche Scale für die vorzunehmende Rechnung zu unbequem zu seyn: er machte sich also zu dieser Absicht einen Thermometer mit einer ganz neuen Abtheilung der Grade; sein Thermometer sollte so beschaffen seyn, daß auf ihm da Null stünde, wo bey Reaumur $16\frac{3}{4}$ steht; und zugleich sollte durch diese Abtheilung der Bruch $\frac{1}{215}$ zu dem weit bequemern Ausdrucke Fünfhunderttheilchen oder Tausendtheilchen gebracht werden. Nach diesem Plane steht also auf der neuen Scale des Herrn de Luc der Siedpunkt auf + 147, der Eispunkt auf — 39; und mit diesem Vortheile darf man nur die gefundene Höhe durch die doppelte Anzahl der Grade dieses Thermometers multipliciren und dann durch tausend dividiren; um die Verbesserung zu erhalten, die für jede andere Temperatur der Luft zur gefundenen Höhe addirt oder von ihr abgezogen werden muß. Die leichteste Analysis lehrt uns, die neueingeführte Thermometersprache des de Luc durch eine ungleich gewissere Rechnung, mit Beybehaltung der Reaumur'schen oder Fahrenheit'schen Scale zu verbessern; allein diese Sprache war doch immer dem unentbehrlich,

der sich der de Luc'schen Beobachtungen bedienen mußte, um die specifische Federkraft der Luft zu bestimmen.

Die Beschaffenheit der de Luc'schen Scale, und ihre Vergleichung mit Reaumur's und Fahrenheit's Abtheilungen ist das erste, was man hier mit Recht von uns erwarten wird. Zu diesem Ende stellt unsere beygefügte Tafel alle einzelne Grade des Reaumur'schen Thermometers dar, vom fünfzehnten unter dem Gefrierpunkte bis auf den dreyßigsten über dem Gefrierpunkte, einen der höchsten, den die Wärme der freyen Luft je erreichen wird; und ihren übrigen Theil bis an den Siedpunkt von zehn zu zehn Graden. Neben ihr stehen in drey Colonnen die übereinstimmenden Grade des Fahrenheit'schen, des de Luc'schen Thermometers, nebst den Graden eines andern, das de Luc dazu bestimmt hat, die Fehler zu verbessern, welche die Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme bey Barometer-Beobachtungen verursachen muß. Der Eispunkt befindet sich also bey Reaumur auf 0, bey Fahrenheit auf +32, bey dem erstern des de Luc auf —39, und bey dem leztern auf — 12. Die Wärme des siedenden Wassers steht bey Reaumur auf 80, bey Fahrenheit auf 212, bey dem erstern des de Luc auf 147, und bey dem leztern auf 84. Das 0 des leztern de Luc'schen Thermometers stimmt mit dem zehnten des Reaumur, mit 54 $\frac{1}{2}$ des Fahrenheit und mit 15 $\frac{3}{4}$ des erstern von de Luc überein. Und das 0 dieses leztern von

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

de Luc befindet sich bey 16 $\frac{5}{4}$ oder eigenelich 16 $\frac{54}{71}$ des Reaumur, und es fällt zwischen 68 und 70 des Fahrenheit, und zwischen 7 und 8 des erstern von de Luc, das für die Temperatur des Barometers bestimmt ist.

Reaumur.	Fahrenheit.	De Luc I.	De Luc II.
80	212,00	147,000	84,0
70	189,50	123,750	72,0
60	167,00	100,500	60,0
50	144,50	77,250	48,0
40	122,00	54,000	36,0
30	99,50	30,750	24,0
29	97,25	28,425	22,8
28	95,00	26,100	21,6
27	92,75	23,775	20,4
26	90,50	21,450	19,2
25	88,25	19,125	18,0
24	86,00	16,800	16,8
23	83,75	14,475	15,6
22	81,50	12,150	14,4
21	79,25	9,825	13,2
20	77,00	7,500	12,0
19	74,75	5,175	10,8
18	72,50	2,850	9,6
17	70,25	0,525	8,4
16	68,00	— 1,800	7,2
15	65,75	— 4,125	6,0
14	63,50	— 6,450	4,8
13	61,25	— 8,775	3,6
12	59,00	—11,100	2,4
11	56,75	—13,425	1,2

KAISERLICHE
KÖNIGLICHE
STAATS-
BIBLIOTHEK

10	. .	54,50	. .	—	15,750	. .	— 0,0
9	. .	52,25	. .	—	18,075	. .	— 1,2
8	. .	50,00	. .	—	20,400	. .	— 2,4
7	. .	47,75	. .	—	22,725	. .	— 3,6
6	. .	45,50	. .	—	25,050	. .	— 4,8
5	. .	43,25	. .	—	27,375	. .	— 6,0
4	. .	41,00	. .	—	29,700	. .	— 7,2
3	. .	38,75	. .	—	32,025	. .	— 8,4
2	. .	36,50	. .	—	34,350	. .	— 9,6
1	. .	34,25	. .	—	36,675	. .	— 10,8
0	. .	32,00	. .	—	39,000	. .	— 12,0
— 1	. .	29,75	. .	—	41,325	. .	— 13,2
— 2	. .	27,50	. .	—	43,650	. .	— 14,4
— 3	. .	25,25	. .	—	45,975	. .	— 15,6
— 4	. .	23,00	. .	—	48,300	. .	— 16,8
— 5	. .	20,75	. .	—	50,625	. .	— 18,0
— 6	. .	18,50	. .	—	52,950	. .	— 19,2
— 7	. .	16,25	. .	—	55,275	. .	— 20,4
— 8	. .	14,00	. .	—	57,600	. .	— 21,6
— 9	. .	11,75	. .	—	59,925	. .	— 22,8
— 10	. .	9,50	. .	—	62,250	. .	— 24,0
— 11	. .	7,25	. .	—	64,575	. .	— 25,2
— 12	. .	5,00	. .	—	66,900	. .	— 26,4
— 13	. .	2,75	. .	—	69,225	. .	— 27,6
— 14	. .	0,50	. .	—	71,550	. .	— 28,8

Noch beſſer wird ſich dieſe Vergleichung durch analytiſche Ausdrücke anſtellen laſſen. Es ſeye ein gewiſſer Grad des Reaumur'ſchen Thermometers R, und die mit ihm übereinſtimmende Grade von Fahrenheit und de Luc, F und L; der übereinſtimmende Grad der zweyten

Scale von de Luc; die die Barometerhöhe wegen der Wärme berichtigen soll, seye *l*. Unter dieser Voraussetzung sind alle übereinstimmenden Grade in folgenden allgemeinen Formeln enthalten.

$$\begin{aligned}
4\,F &- 9\,R = 128\\
186\,R &- 80\,L = 3120\\
31\,F &- 30\,L = 2162\\
6\,R &- 5\,l = 60\\
8\,F &- 15\,l = 436\\
31\,l &- 16\,L = 252
\end{aligned}$$

Die Grade über o werden alle als positiv, die unter o als negativ angesehen. Beweise dieser Formeln würden überflüssig seyn, da ihre Bestimmung jeden Kenner der Analysis höchstens einige Minuten lang beschäftigen soll.

Nach den de Luc'schen Beobachtungen soll für jede Temperatur der Luft die nach unserer gegebenen Regel gefundene Höhe so berichtigt werden, daß man so viele Fünfhundertheile von ihr hinzusetzt oder abzieht, als sein Thermometer positive oder negative Grade anzeigt. Der Bruch also, mit dem die gefundene Höhe für L Grade seines Thermometers multiplicirt werden muß, ist $\frac{1000+2L}{1000}$, die Grade mögen nun positiv oder negativ seyn. Für F Grade des Fahrenheit'schen Thermometers, heißt dieser Bruch $\frac{25676+62F}{30000}$, und für R Grade des Reaumur'schen wird er $\frac{18440+93R}{20000}$.

Es seye also die Barometerhöhe von 29 Zoll $= H$; und die Höhe, auf der bey 16 $\frac{3}{4}$ Graden des Reaumur'schen, oder bey o des de Luc'schen Thermometers, das Barometer um eine Linie fiel, $= V$. Und für jede andere Barometerhöhe $= h$, und eine Temperatur der Luft, die durch L Grade von de Luc, F des Fahrenheit, und R des Reaumure angezeigt wird, sey dieselbe Höhe $= v$. So wird nach de Luc's Beobachtung $\frac{v}{V} =$

$$\frac{H}{h} \cdot \frac{1000+2L}{1000} = \frac{H}{h} \cdot \frac{25676+62F}{30000} = \frac{H}{h} \cdot \frac{18440+93R}{20000}.$$

Das nemliche Verhältnis der Höhen $\frac{v}{V}$ haben wir nach den Grundsätzen der specifischen Federkraft so bestimmt; $\frac{v}{V} = \frac{He}{hE}$. Es ist also nach unserer Theorie, in die sich bisher noch keine willkührliche Hypothese eingeschlichen hat, das Verhältnis der Höhen, auf denen das Barometer um eine Linie gefallen seyn muß, das umgekehrte Verhältnis der Barometerhöhen, mit dem geraden Verhältnisse der specifischen Federkräfte multiplicirt: und nach der de Luc'schen Beobachtung ist es das umgekehrte Verhältnis der Barometerhöhen, mit dem Bruche $\frac{1000+2L}{1000}$ multiplicirt. Die natürliche Folge hievon ist, daß das Verhältnis der specifischen Federkräfte dem Bruche $\frac{1000+2L}{1000}$ gleich ist; und so wäre dann die Aufgabe

aufgelöst, den Grad der specifischen Federkraft aus der gegebenen Thermometerhöhe zu bestimmen.

Es seyen nun für einen andern Grad der specifischen Federkraft $= E'$, die übereinstimmenden Grade des Fahrenheit'schen, Reaumur'schen und de Luc'schen Thermometers, F', R', L'. So sind die analytischen Ausdrücke, durch die das Verhältnis zweyer Federkräfte für zwey verschiedene Grade des Thermometers bestimmt wird, folgende: $\frac{E'}{E} = \frac{1000+2L'}{1000+2L} = \frac{25676+62F'}{25676+62F} = \frac{18440+93R'}{18440+93R}$.

Es seye zum Beyspiel E' derjenige Grad der specifischen Federkraft, für den das Reaumur'sche Thermometer auf dem dreyßigsten Grade über dem Gefrierpunkte, und E derjenige, für den es auf dem achten unter ihm steht. Hier ist also $R' = 30$, $R = 8$; $F' = 99,50$, $F = 14,00$; $L = +30,75$, $L = -57,60$: und nun führen uns die angeführten Verhältnisse darauf, daß die leztere sich verhalten muß zur erstern, wie 5 : 6; und dies ist vielleicht der gröste Unterschied der specifischen Federkräfte der Luft, die in unsern Gegenden statt haben könnte. Nach eben der Regel müßte die Federkraft der Luft beym Gefrieren des Wassers sich verhalten zur Federkraft bey der Wärme des siedenden Wassers wie 5 : 7.

Die von de Luc zum Grunde gelegte Temperatur der Luft von 16 $\frac{3}{4}$ Grade über dem Gefrierpunkte ist bey weitem nicht die mittlere. Es wird ungleich besser seyn Diejenige dafür anzunehmen, die mit dem zehnten Grade übereinstimmt. Es seye also künftig die Federkraft der Luft bey dieser Temperatur = E, so daß R = + 10, F = + 54, 50; L = — 15, 75. Und die Grade r, f, l sollen jezt der Federkraft e zugehören. So ist $\frac{e}{E} = \frac{2000 + 4l}{1937}$

$= \frac{25676 + 62f}{29055} = \frac{18440 + 93r}{19370}$.

Das einzige, was bey diesen Bestimmungen einem aufmerksamen Physiker verdächtig vorkommen könnte, ist die von de Luc gemachte Voraussetzung, daß für gleiche Grade seines Thermometers, auch seine Höhe v. gleiche Vermehrungen und Verminderungen erhalte; und daß beyde zugleich im arithmetischen Verhältnisse steigen und fallen, da doch eigentlich seine Beobachtungen sich nie weit vom sechszehnten Grade des Reaumur'schen Thermometers entfernen. Vermuthlich ist diese Voraussetzung nur beynahe wahr; sie läßt sich aber dadurch entschuldigen, daß der gröste Unterschied der specifischen Federkräfte nur einen fünften Theil des Ganzen beträgt.

Es folgt aus dem vorigen Satze, daß nach de Luc's Beobachtungen, die specifische Federkraft dem Ausdrucke $18440 + 93r$ oder $1 + \frac{r}{198\frac{1}{4}}$ proportional seyn müsse:

und hieraus läßt sich nun die Frage entscheiden: welches ist das Verhältnis der specifischen Federkräfte für zwey unmittelbar auf einander folgende Grade des Thermometers?

Es seye überhaupt $\frac{E}{e} = \frac{1+R:N}{1+r:N} = \frac{N+R}{N+r}$ (daß also nach de Luc $N = 198\frac{1}{4}$); und man setze nun, statt R, $r+1$. So ist $\frac{E}{e} = 1 + \frac{1}{N+r}$. Es hängt also dieses Verhältnis von dem Grade des Thermometers selbst ab. Für $16\frac{3}{4}$ Grade ist es $1 + \frac{1}{215}$, wie de Luc beobachtet hatte. Allein für 10 Grade würde es $1 + \frac{1}{208\frac{1}{4}}$, oder $1 + \frac{4}{833}$ seyn; und für 0 Grade wäre es $1 + \frac{1}{198\frac{1}{4}}$.

Sollte umgekehrt dasselbe Verhältnis $= 1 + \frac{1}{M}$ seyn, ohne von der de Luc'schen Bestimmung abzuweichen, so wäre $r = M - N$. So könnte das Verhältnis $1 + \frac{1}{220}$ sich mit de Luc vergleichen lassen; allein es müsten die Beobachtungen, auf denen es beruhte, beym $21\frac{3}{4}$ Grade des Reaumur'schen Thermometers angestellt worden seyn.

Wäre im Gegentheile das Verhältnis der specifischen Federkräfte für zwey aufeinander folgende und gegebene Grade des Reaumur'schen Thermometers, durch Beobachtungen bestimmt, das ist, wäre M und r gegeben, so würde sich hieraus die Größe $1 + \frac{R}{N}$ bestimmen las-

sen, der die specifische Federkraft für jeden andern Grad proportional seyn muß. Es ist nemlich $N = M - r$. Es seye zum Beyspiele für den zehnten Grad $M = 220$, so verhält sich die specifische Federkraft überhaupt wie $1 + \frac{r}{210}$.

Daß der Grad der Federkraft der Luft vom Thermometerstande allein abhänge, dies wird keinen befremden, der weis, daß es das specifische Kennzeichen der Wärme ist, Materien ausdehnen, und daß auch die Federkraft der Luft sich an dem Grade der Dichtigkeit, das ist, an dem Raume, den eine gegebene Masse von ihr einnimmt, erkennen läßt, mit dem sie dem Drucke der Queksilbersäule widersteht. Auf dem ersten Grundsatze beruht unsere Theorie des Thermometers, und die Abtheilung der Grade bey den verschiedenen Schriftstellern. So beruht die Neuton'sche Scale auf dem Versuche, daß das Volumen des Leinöls bey dem zerschmelzenden Schnee, bey der Wärme des menschlichen Körpers, bey der Wärme des siedenden Wassers, und bey der des geschmolzenen Zinn's, das zu erkalten anfängt, sich unter einander verhalten, wie die Zahlen 10000, 10256, 10725, und 11516. So beruht die Fahrenheit'sche Scale auf dem Versuche, daß das Volumen des Queksilbers bey der künstlichen durch Salmiak hervorgebrachten Kälte zu dem bey der Wärme des siedenden Wassers verhalte wie 11124 : 11336. So beruht die Reaumur'sche Scale auf der Beobachtung,

daß das Volumen des Weingeistes bey der Kälte des gefrierenden Wassers, zu dem wann er anfängt zu kochen, sich verhält wie 1000 : 1080.

So wie sich bey flüssigen Materien, die nicht elastisch sind, eine größere Wärme durch ihre größere Ausdehnung ankündigt, so thut sie es bey elastischen Materien, wie die Luft ist, durch ihre vermehrte specifische Federkraft. Es muß also zwischen dem Grade eines gewöhnlichen Thermometers von Leinöl, Quecksilber oder Weingeist, und dem übereinstimmenden Grade der specifischen Federkraft der Luft, ein gewisses Verhältnis seyn, das sich durch Rechnungen bestimmen läßt, die aber auf eine lange Reihe von Beobachtungen gegründet seyn müssen.

Ein Thermometer, dessen Grade unmittelbar, durch die specifische Federkraft bestimmt würden, die die Wärme der Luft mittheilt, würde uns zwar diese Reihe von Beobachtungen und diese Reduktion derselben zum Theile, aber noch nicht völlig ersparen. Es ist nicht die Frage von der Federkraft der eingeschlossenen Luft des Thermometers, sondern von der, der äußern atmosphärischen Luft. Beruhte der Grad der specifischen Federkraft allein auf der Wärme, so würden wir mit einem Luft-Thermometer, das von den großen Unvollkommenheiten des Amontons'schen frey wäre, unsere Absicht erreichen. Noch vor zwölf Jahren herrschte auch dieses Vorurtheil; allein nach der Entdeckung der künstlichen Luftarten, und bey der genauen chymischen

Kenntnis der Atmosphäre, die wir jezt haben, ist es bey weitem nicht mehr die Wärme allein, die die specifische Federkraft der Luft bestimmt.

Es ist zuverläßig entschieden, daß die gemeine atmosphärische Luft aus mehrern elastischen flüssigen Materien zusammengesetzt ist, deren jede eine besondere specifische Federkraft besitzt, die aber, so lange sie in einer genauen chymischen Mischung stehen, eine gemeinschaftliche mittlere Federkraft ausüben müssen; und dies ist eben diejenige, mit der wir uns bisher beschäftigt haben. Es ist zuverläßig durch das Steigen und Fallen des Eudiometers entschieden, daß das Verhältnis zwischen diesen Bestandtheilen der gemeinen Luft nicht immer dasselbe bleibt, sondern sich eben so gut als die Wärme, die Feuchtigkeit der Luft, und die Barometerhöhe verändert. Von diesem veränderlichen Verhältnisse aber, indem die Bestandtheile der Luft untereinander stehen, hängt auch ihre mittlere specifische Federkraft gewiß ab, und dies Verhältnis zeigt uns doch das Thermometer gewiß nicht an.

Unstreitig wäre ein Werkzeug, dessen Grade uns die specifische Federkraft der Luft anzeigte, für den Naturforscher von der grösten Wichtigkeit; allein eine solche Entdeckung ist noch weit entfernt. Die Wärme trägt etwas zur Federkraft bey, vielleicht aber das wenigste; und nach einer genauen Untersuchung scheint es mehr der Chymie als der Physik vorbehalten zu seyn, uns ein

Werkzeug zu liefern, das kein Barometer, kein Thermometer, kein Hygrometer, kein Eudiometer, sondern das Resultat von allen seyn müste.

Die Höhenmessungen habe ich als das vierte Mittel angegeben, auf dem die Auflösung des Problems beruhte, die Dichtigkeit der Luft und ihre specifische Federkraft zu bestimmen; allein es ist dieses noch nicht das lezte. Selbst die astronomischen Beobachtungen stehen mit unserm Probleme in der genausten Verbindung. Erst in den neuern Zeiten fieng man an die Ursache zu entdecken, die die Beobachtungen der Alten unzuverläßig gemacht hatten; und unter diesen ist eine, die astronomische Refraktion. Gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts versicherte man sich, daß sie veränderlich war; und zu eben dieser Zeit bewies die Naturlehre, daß sie der Dichtigkeit der Luft proportional seyn müsse. Die Resultate der astronomischen Beobachtungen verdienen es gewiß eben so sehr als die Höhenmessungen der Physik, bey der Bestimmung der Dichtigkeit der Luft zu Rathe gezogen zu werden.

Die Ursache, warum ein Strahl durch den Durchgang der Atmosphäre gekrümmt werden müsse, ist schon lange entschieden. Das Gesetz des **Snellius**, daß der Sinus des Brechungswinkels mit dem Sinus des Einfallswinkels in einem beständigen Verhältnisse stehen müsse; das Gesetz des **Mariotte**, daß die Unterschiede der Höhe mit

dem Logarithmen der Dichtigkeit der Luft proportional sind; und einige zuverläßige Versuche über die strahlenbrechende Kraft der Luft, wann ihre Dichtigkeit gegeben ist; dies sind die Data, die die Rechnung des Unendlichen nöthig hat, den Weg eines Lichtstrahls durch die Atmosphäre nach der allgemeinen Theorie der krummen Linien zu berichtigen.

Bey sehr geringen Höhen, die noch nicht über 20 oder 30 Grade hinaus gehen, ist dieses Problem eines der schwersten, die die Analysis aufzuweisen hat. Die Bemühungen der grösten Mathematiker sind hier vergebens gewesen; Euler selbst wußte es nicht anders aufzulösen, als daß er die Gattung von Hyperbel suchte, die dieser krummen Linie am nächsten kömmt; und in der That hängt auch die Auflösung von einer Differentialgröße ab, die sich durch einen endlichen Ausdruck gar nicht, und mit Beyhilfe der feinsten Analysis, auch nicht einmal durch eine unendliche Reihe integriren läßt. Noch waren alle Aufgaben dieser Auflösung unvollkommen. Alle sind höchstens richtig vom Zenith an bis über 80° hinaus; allein bey noch geringern Höhen weichen sie von der Erfahrung merklich ab. Dies ist auch die Ursache, warum dem Astronomen alle Beobachtungen sehr nahe beym Horizonte verdächtig seyn müssen; denn hier würde er sich merklichen Fehlern aussezen, wenn er die Strahlenbrechung der Dichtigkeit der Luft proportional annehmen wollte.

Bey Höhen aber, die über den sechzigsten Grad gehen, wird die Theorie der astronomischen Refraktionen sehr einfach. Es ist bewiesen, daß hier die Brechung des Lichtstrahls eben dieselbe seyn müsse, als wenn er aus dem leeren Raume unmittelbar in die unterste Luftschichte übergienge, so daß die höhern Luftschichten, sie mögen beschaffen seyn wie sie wollen, zur absoluten Größe der Refraktion nichts mehr beytragen. Vom Zenith an bis auf eine Entfernung von wenigstens 45 Graden, hängt die Refraktion allein von der Luft in der untersten Schichte ab; und sie steht mit ihr in einem geometrischen Verhältnisse.

Die Refraktion also muß so, wie die Dichtigkeit, in dem geraden Verhältnisse der Barometerhöhe, und dem umgekehrten der specifischen Federkraft der Luft stehen. Es ist also leicht zu erwarten, daß bey ungleichen Thermometerständen auch die Refraktion verschieden seyn müsse, selbst wann die Barometerhöhe sich nicht verändert; und dies war es, was durch Mayer's, und dann auch durch la Caille's Beobachtungen bestätigt wurde. Nach Mayer wird die Refraktion um einen zwey und zwanzigsten Theil größer; so oft das Reaumur'sche Thermometer, bey unveränderter Barometerhöhe um zehn Grade fällt. La Caille fand diese Bestimmung noch um etwas zu groß; er setzte also die Veränderung der Refraktion, für zehn Grade des Reaumur'schen Thermo-

meters auf einen sieben und zwanzigsten Theil herunter. Mayer's Bestimmung wurde noch durch neuere zu Paris angestellte Versuche bestätigt. Herr Bonne untersuchte die Räume, die die Luft in einer engen Röhre einnimmt, so wie sie dem nemlichen Drucke, aber verschiedenen Graden der Wärme ausgesetzt wird. Es wurde durch diese Versuche die Veränderung des Raumes, in den sich die Luft ausbreitet, für zehn Grade des Reaumur'schen Thermometers auf einen zwey und zwanzigsten Theil festgesetzt; und Bonne beobachtete zugleich, daß für die Temperatur des zergehenden Eises diese Räume sich unter einander verhalten, wie die Seite eines Quadrats zu seiner Diagonale.

Alle diese Bestimmungen führen uns ohne alle Reduktion unmittelbar auf das Verhältnis der specifischen Federkräfte. Eigentlich ist es das Verhältnis der Dichtigkeit, das man dadurch gesucht hatte: allein wir wissen ja, daß bey gleicher Barometerhöhe diese sich umgekehrt wie die specifische Federkraft verhält. Bey ihnen allen liegt die Temperatur der Luft bey zehn Graden des Reaumur'schen Thermometers zum Grunde. Es ist also, den Formeln zufolge, die ich oben gegeben habe, die specifische Federkraft, nach Mayer, dem Ausdrucke $1 + \frac{r}{210}$, und nach la Caille, dem Ausdrucke $1 + \frac{r}{260}$ proportional. Die Angabe, die aus den Beobachtungen des

de Luc folgt, $1-\frac{1}{1}\frac{r}{198\frac{1}{4}}$, scheint etwas zu groß, und la Caille's seine etwas zu klein zu seyn. Allein die Mayer'sche Bestimmung, die zwischen beyden das Mittel hält, die durch die Versuche des **Bonne** bestätigt wurde, die die Bequemlichkeit der Rechnung für sich hat, und die über das bey unsern astronomischen Rechnungen allgemein angenommen zu seyn scheint, ist unstreitig der Wahrheit am nächsten; und sie werde ich künftig immer befolgen.

Die Subtangente unsers logarithmischen Systems verhält sich wie die specifische Federkraft; dies ist einer der Sätze, die ich in meinem sechsten Abschnitte bewiesen habe. Für $16\frac{3}{4}$ Grade des Reaumur'schen Thermometers habe ich die Subtangente, zufolge einer Beobachtung des **de Luc**, auf 4342,704 Toisen festgesetzt. Nach der Regel also, daß die Subtangente, so wie die Federkraft, der Fraktion $1+\frac{r}{210}$ proportional seyn muß, wird sie bey dem zehnten Grade 4213,440 Toisen gleich seyn: und der 220ste Theil hievon, oder 19,152 Toisen, ist die Veränderung der Subtangente für jeden einzelnen Grad des Reaumur'schen Thermometers. Auf diesen Grundsätzen beruht nun folgende Tabelle: in der die erste Colonne die Grade des Reaumur'schen Thermometers vom zehnten Grade unter dem Gefrierpunkte bis auf den dreyßigsten über ihn; die zweyte, die Grade der

speci-

specifischen Federkraft der Luft; und die dritte die zugehörigen Subtangenten des Logarithmen-Systems enthält.

Grade des Thermometers.	Federkraft.	Subtangente in Toisen.
30	1,0909	4596,480
29	1,0863	4577,328
28	1,0818	4558,176
27	1,0773	4539,024
26	1,0727	4519,872
25	1,0682	4500,720
24	1,0636	4481,568
23	1,0591	4462,416
22	1,0545	4443,264
21	1,0500	4424,112
20	1,0454	4404,960
19	1,0409	4385,808
18	1,0364	4366,656
17	1,0318	4347,504
16	1,0273	4328,352
15	1,0227	4309,200
14	1,0182	4290,048
13	1,0136	4270,896
12	1,0091	4251,744
11	1,0045	4232,592
10	1,0000	4213,440
9	0,9954	4194,288
8	0,9909	4175,136
7	0,9864	4155,984
6	0,9818	4136,832
5	0,9773	4117,680
4	0,9727	4098,528

3	0,9682	4079,376
2	0,9636	4060,224
1	0,9591	4041,072
0	0,9545	4021,920
— 1	0,9500	4002,768
— 2	0,9454	3983,616
— 3	0,9409	3964,464
— 4	0,9364	3945,312
— 5	0,9318	3926,160
— 6	0,9273	3907,008
— 7	0,9227	3887,856
— 8	0,9182	3808,704
— 9	0,9136	3849,552
— 10	0,9091	3830,400

Die Bestimmung der Dichtigkeit der Luft ist nun keiner Schwierigkeit mehr unterworfen, nachdem für jeden Grad des Thermometers die Federkraft der Luft und unsere Subtangente bestimmt sind; denn sie verhält sich immer zur Dichtigkeit des Quecksilbers, wie die Barometerhöhe zur Subtangente. Ich leite hieraus meine Regel zur Bestimmung der Dichtigkeit der Luft her: sie ist, hätte sie auch kein anderes Verdienst, ungleich leichter, als die de Luc'sche. Für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers giebt meine Tafel die Subtangente. Man dividire sie durch die Barometerhöhe; der Quotient wird anzeigen, wie vielmal das Quecksilber schwerer sey, als die Luft.

Eine Schwierigkeit ist noch übrig, die ein aufmerksamer Naturforscher nicht übergehen wird. Die Dichtigkeit des Quecksilbers ist selbst veränderlich; und die nemliche Wärme, die die specifische Federkraft der Luft vermehrt, vermehrt auch das Volumen des Quecksilbers, und vermindert dagegen seine specifische Schwere. Es ist also die Frage: welches ist die specifische Schwere des Quecksilbers, für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers?

Fahrenheit hat schon vor sechzig Jahren diese Frage durch Versuche entschieden. Er theilte das Volumen des Quecksilbers, wenn sein Thermometer auf o stand, in 11124 Theile; und fand es bey der Wärme des siedenden Wassers = 11124+212 = 11336. Die Zahl also, die das Volumen des Quecksilbers für jeden Grad der Wärme ausdrückt, ist die Zahl 11124, mit der Zahl der Grade seines Thermometers vermehrt. Es ist also dieses Volumen für 54/5 seiner Grade, wo das Reaumur'sche auf 10 steht, gleich 11178/5. Allein die Ausdehnung des Quecksilbers verhält sich umgekehrt wie die specifische Schwere. Nehmen wir also diejenige, die bey dem zehnten Grade des Reaumur'schen Thermometers statt hat, für die Einheit an, so ist die Veränderung dieser Schwere für einen Grad des Fahrenheit'schen Thermometers, $= \frac{1}{11178/5} = 0{,}0000894574$, und für einen Grad des Reaumur'schen, $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{11178/5} = 0{,}0002012792$. Auf diesen

Gründen beruht noch die folgende Tafel, die für jeden Grad des Reaumur'schen Thermometers die zugehörige specifische Schwere des Quecksilbers anzeigt. Diejenige, die beym zehnten Grade statt hat, ist 10000000 angenommen.

30	. .	9959740
29	. .	9961753
28	. .	9963766
27	. .	9965779
26	. .	9967792
25	. .	9969805
24	. .	9971818
23	. .	9973831
22	. .	9975844
21	. .	9977857
20	. .	9979870
19	. .	9981883
18	. .	9983896
17	. .	9985909
16	. .	9987922
15	. .	9989935
14	. .	9991948
13	. .	9993961
12	. .	9995974
11	. .	9997987
10	. .	10000000
9	. .	10002013
8	. .	10004026
7	. .	10006039
6	. .	10008052

5	.	.	10010065
4	.	.	10012078
3	.	.	10014091
2	.	.	10016104
1	.	.	10018117
0	.	.	10020130
— 1	.	.	10022143
— 2	.	.	10024156
— 3	.	.	10026169
— 4	.	.	10028182
— 5	.	.	10030195
— 6	.	.	10032208
— 7	.	.	10034221
— 8	.	.	10036234
— 9	.	.	10033247
— 10	.	.	10040260

Das einzige, was hier noch unbestimmt ist, ist die Schwere des Quecksilbers für einen gewissen Grad des Reaumur'schen Thermometers. Und hier fehlen uns die Versuche. Wir müssen mit der ungefähren Angabe zufrieden seyn, die das Gewicht eines Kubikfußes Quecksilber auf 947 Pfunde Markgewicht festsetzt.

Man sieht hieraus, daß überhaupt die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft für r Grade des Reaumur'schen Thermometers über dem Gefrierpunkte, $1 + nr$ proportional seyn müsse; ich verstehe hier unter n einen beständigen Faktor, der durch die Erfahrung bestimmt werden muß, und dem der Bruch $\frac{1}{210}$ am näch-

sten zu kommen scheint. Ich werde diesen künftig den Coefficienten der Federkraft nennen.

Nach dem was bisher gesagt worden ist, hängt also die specifische Federkraft in der untersten Luftschichte von dem Grade des Thermometers und dem Coefficienten ab: sie muß also für gleiche Grade des Thermometers die nemliche seyn. Allein die Höhenmessungen des de Luc, auf welche diese Bestimmung des Coefficienten sich gründet, sind alle in dem untern Theile der Atmosphäre angestellt; denn nie erhob er sich mit seinen Werkzeugen über eine Höhe von 500 Toisen. Die Refraktionen beruhen auch alle allein auf der Dichtigkeit der Luft in der untersten Schichte; die höhern alle tragen nichts zu ihr bey. Es ist also die Frage: hat dieser Coefficient nur in der untersten Luftschichte statt, wenn er einmal bestimmt ist, oder ist er auch für jede andere Höhe unverändert und eben derselbe?

Im leztern Falle würde die Funktion $1 + nr$ allein noch durch den Grad des Reaumur'schen Thermometers bestimmt; es müßte daher die specifische Federkraft für gleiche Grade des Thermometers eben dieselbe seyn; und sie müßte, bey jeder Veränderung des Thermometers, vermehrt oder vermindert werden. Allein das Thermometer fällt, so wie die Höhe, auf die wir steigen, größer wird; es fiel bey der lezten Luftreise der Herren Charles und Robert auf einer Höhe, die von ihm 1524 Toisen

geschätzt wurde, von dem siebenten Grade über dem Eispunkte bis auf den fünften Grad unter ihm. Es müste daher die specifische Federkraft der Luft für größere Höhen abnehmen ; sie wäre also für's erste nicht mehr durch die ganze Höhe der Atmosphäre unveränderlich ; es wären zum zweytenmale alle unsere Voraussetzungen unrichtig ; es würde aufhören wahr zu seyn, daß die Dichtigkeit sich wie der Druck verhält ; und unsere ganze Theorie wäre auf einmal zerstört. Wir können aber hierüber ganz unbesorgt seyn ; denn eine solche Ordnung in der Atmosphäre, wo die mehr elastische Luft alle unten sich aufhielte, und die weniger elastische die höhern Regionen einnähme, müßte den Gesetzen der Schwere völlig zuwider seyn.

Es bleibt uns also nichts mehr übrig, als daß wir den Coefficienten n als veränderlich ansehen. In unserer untersten Schichte ist er immer $\frac{1}{210}$; allein für größere Höhen muß er zunehmen, und zwar in eben dem Verhältnisse, in dem das Thermometer fällt, wenn anders die specifische Federkraft durch die ganze Atmosphäre unverändert seyn soll. Auf unsere Rechnung über die Höhenmessungen, hat dieser veränderliche Werth des Coefficienten n keinen Einfluß ; für uns ist er immer $\frac{1}{210}$; und wir bedienen uns seiner nur, um die Dichtigkeit der Luft in der untersten Schichte zu bestimmen.

Achter Abschnitt.

Specifische Leichtigkeit der Kugel.

Die Aufgabe, die specifische Leichtigkeit einer aerostatischen Kugel zu bestimmen, wann ihr Halbmesser, ihr Gewicht, die specifische Schwere der innern Luft, nebst der Barometer- und Thermometerhöhe gegeben sind, ist immer noch das Schwerste in dieser ganzen Theorie. Sie wurde immer bisher als eine Kleinigkeit angesehen; allein gewiß hatte man sie nicht gehörig untersucht. Ich sehe hier ein Problem, das über die Grenzen unsrer Physik und Mathematik weit hinausgeht; ein Problem, dessen Auflösung das achtzehnte Jahrhundert dem neunzehnten in der grösten Unvollkommenheit hinterlassen wird.

Die erste der gegebenen Grösen, die bey unsrer Rechnung zum Grunde liegen, ist der Halbmesser der Kugel. Es seye dieser Halbmesser $= r$, und das Verhältnis des Durchmessers zum Kreise $= \pi$. Es ist demnach die Fläche des grösten Kreises $= \pi r r$, die ganze Fläche der Kugel $= 4 \pi r r$, und ihr körperlicher Inhalt $= \frac{4 \pi r^3}{3}$. Der gemeine Logarithmus von π ist gleich 0,4971499. Der Logarithmus von $4\pi = 1{,}0992099\frac{1}{2}$ und der Logarithmus von $\frac{4\pi}{3} = 0{,}6220889$.

Die zweite ist das Gewicht der Kugel ohne die innere Luft = *b*.

Es folgen auf sie die Barometer = und Thermometerhöhe, zur Zeit der Beobachtung. Die erstere seye gleich H, und der leztern bedienen wir uns nur, um die Subtangente, die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft, ihre Dichtigkeit in der untersten Schichte, und also das Gewicht der gemeinen Luft zu finden, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich ist. Die Tafel, die ich im vorigen Abschnitt berechnet habe, zeigt uns die Subtangente an, die dem beobachteten Grade des Thermometers zugehört; sie seye gleich S. Diese, durch die gegebene Barometerhöhe oder durch H dividirt, sagt uns, wie vielmal das Quecksilber, schwerer als die Luft ist; sie giebt uns die Zahl zu erkennen, durch die der körperliche Inhalt der Kugel in Kubikfußen, mit 947 multiplicirt, wieder dividirt werden muß, um das Gewicht der Luft in Pfunden zu bestimmen, deren Stelle die Kugel einnimmt.

Sobald diese berechnet ist, so muß freylich unser erster Gedanke der seyn, sie durch die Zahl zu dividiren, durch die das Verhältnis zwischen den specifischen Schweren der äußern und innern Luft ausgedrückt ist, um die ganze Masse der Luft zu erhalten, die den innern Raum der Kugel ausfüllt. Allein eine aufgeklärte Physik muß dies Verfahren misbilligen.

Das Verhältnis zwischen der atmosphärischen und brennbaren Luft ist nichts weniger als genau bestimmt; die Angaben unserer Schriftsteller hierüber sind äußerst verschieden, und die Grenzen zwischen welchen dieses Verhältnis eingeschlossen ist, sind sehr weit. Es ist überdies sehr wahrscheinlich, daß eben die Ursachen, weswegen die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft in der untersten Schichte veränderlich seyn muß, auch auf die brennbare Luft wirken; daß bey einem stärkern Druk der Atmosphäre die brennbare Luft, so wie sie sich in unsern Auflösungen entwikelt, schwerer, und bey einem geringern Druk leichter seyn wird. In die innere Natur der Luft sehen wir ohne das sehr wenig hinein, wir kennen noch keine einzige von den Ursachen, durch die in dem Augenblik der Auflösung die specifische Federkraft der entwikelten Luft bestimmt wird, und die sehr vielfältig seyn müssen; und kaum wissen wir so viel von ihr, daß sie bey gleicher absoluter Federkraft wenigstens sechsmal specifisch elastischer ist, als die gemeine. Bey dieser Ungewißheit müßten die Resultate unsrer Rechnung äußerst unbestimmt werden, und es wäre wahrhaftig nicht der Mühe werth, die Barometer- und Thermometerhöhe beobachtet zu haben, um die specifische Schwere der atmosphärischen Luft zur Zeit der Beobachtung genau zu kennen.

Es wäre ferner dieser Gang unsrer Rechnung höchstens bey den Kugeln möglich, die nach Robert und

Charles Methode mit brennbarer Luft gefüllt sind; allein bey Montgolfiers Luftkörpern, würden wir nie gewisse Resultate erhalten; denn bey ihnen steht unsre mathematische Physik noch völlig stille. Ob die innere Luft, die seine Kugeln anfüllt, nur atmosphärische, durchs Feuer verdünnte und elastischer gewordene Luft ist, oder ob es ein besonders Gas ist, das sich aus dem Stroh und der Wolle entwikelt, dies ist noch unentschieden, und wenn es auch entschieden wäre, so würde in beyden Fällen unsre Physik noch viel zu unreif seyn, um das Verhältnis zwischen den specifischen Schweren der innern und äußern Luft genau anzugeben.

In dieser Verlegenheit ist der Versuch auf dem Champ de Mars, bey dem mit der grösten Genauigkeit alle Umstände angegeben sind, ein für die Naturlehre sehr wichtiges Geschenk. Hier ist auch die Kraft mit der die Kugel aufstieg durch unmittelbare Versuche bestimmt, und es ist der Mühe werth, aus ihr unser gesuchtes Verhältnis herauszuziehen; vielleicht sagt uns hier die Erfahrung etwas, das die Theorie nicht erwartet hätte.

Der Halbmesser der Kugel war 6 Fuß 1 Zoll oder 73 Zolle. Die Fläche des grösten Kreises also betrug 116,2608, und ihre ganze äußere Fläche 465,0432 Quadratschuhe; ihr körperlicher Inhalt aber 943,0044 Kubikschuhe. Das Gewicht der Kugel ohne die innere Luft, war 25 Pfunde Markgewicht,

Das Barometer stund auf 28 Zoll $1\frac{1}{2}$ Linie, oder $28\frac{1}{8}$ Zoll. Die Thermometerhöhe war 18 Grade über dem Gefrierpunkt. Die Subtangente also unsers Logarithmen-Systems war = 4366,656 Toisen. Und diese durch die beobachtete Barometerhöhe dividirt, führt uns auf die Zahl 11786,3. So vielmal war zur Zeit des Versuches die Luft leichter als das Quecksilber.

Durch diese Zahlen muß nun das Produkt von 943,0044, (des körperlichen Inhaltes der Kugel in Kubikfüßen) und 947 (des Gewichts eines Kubikfußes Quecksilber in Pfunden) dividirt werden, um das Gewicht der atmosphärischen Luft in Pfunden zu erhalten, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich war. Es ist dieser Quotient, 79,8868. Das Gewicht dieser Luft betrug also ziemlich genau 80 Pfunde.

Die Kraft mit der die Kugel aufstieg war 35 Pfunde, und das ganze Gewicht der Kugel ohne die innere Luft 25 Pfunde; die Summe von beyden also 60 Pfunde. Diese von 80, oder der Masse der äußern Luft, die die Stelle der Kugel eingenommen hatte, abgezogen, müssen die ganze Masse der innern Luft ziemlich genau bestimmen; wir erhalten für sie 20 Pfunde, oder den vierten Theil von 80. Es war daher die innere Luft viermal leichter als die äußere atmosphärische, und mehr nicht.

Dies ist eine Bemerkung, die schon dem scharfen Blikke eines jungen Gelehrten nicht entgehen konnte, von dessen

außerordentlichen Fähigkeiten und unermüdetem Fleiße die Wissenschaften und der Staat alles erwarten können. Herr Meusnier war unter den französischen Gelehrten der erste, der die aerostatischen Kugeln als Mathematiker und Naturforscher zugleich untersuchte. Das einzige was wir jezt noch von ihm über diese Sache haben, ist ein ziemlich ausführlicher Brief an Faujas de St. Fond, der in das Werk dieses leztern eingerükt worden ist, und einen sehr beträchtlichen Theil davon ausmacht. Bey den außerordentlichen Kenntnissen, der reichen Belesenheit und dem gemeinen Scharfsinne dieses Mannes, wird ein Kenner der Mathematik und Physik weiter nichts vermissen, als daß Euler gar nicht genannt und zu wenig nachgeahmt ist. Es ist vielleicht ein rühmlicher Beweis des Nationaleifers, wenn der französische Gelehrte die inneren Produkte seiner Nation (und wie reich ist nicht Frankreich in dieser Absicht) den ausländischen vorzieht, und daher einen Dalambert, Bossut, eher als einen Euler oder Neuton befolgt. Mit allem dem ist doch das höhere Verdienst dieser leztern entschieden und sie haben die Lehre von der beschleunigenden Kraft und dem Widerstande der Luft mit allen da hineinschlagenden Rechnungen, zu einem Grade der Vollkommenheit gebracht, der nun jedem Mathematiker das äußerste Ziel seyn sollte.

Die Resultate der Rechnung sind bey Herrn Meusnier sehr von denjenigen unterschieden, die ich angegeben habe. Er findet das Gewicht der äußern Luft, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich ist von 86,477 Pfunden. Die Ursache dieser Verschiedenheit ist zwiefach; sie liegt theils in dem angenommenen Gewichte eines Kubikfußes Quecksilber, das er auf siebenzigmal schwerer als das Wasser, und also auf 980 Pfund sezt; theils darinn, daß Meusnier auf die Barometer- und Thermometerhöhe an dem Tage des Versuches nicht die geringste Rükficht nimmt, sondern aus den ganz allgemeinen Beobachtungen von Bouguer die Luft 10648 mal leichter annimmt als das Quecksilber. Die leztere Vorausfezung ist zuverläßig unrichtig, und bey der erstern schien mir die Angabe des Meusnier wenigstens um 30 Pfund zu viel zu seyn. Ich bin hier den Angaben eines Macquer gefolgt, der das Gewicht eines Kubikfußes Merkur auf 947 Pfunde festsezt. De Luc selbst, redet nur von 950 Pfunden.

Diesen Vorausfezungen zufolge mußte Meusnier die innere Luft der aerostatischen Kugel kaum dreymal leichter als die atmosphärische finden. Die wahre Ursache dieser Abweichung scheint Meusnier nicht gekannt zu haben. Es ist nicht möglich, sagt er, diese unerwartete Schwere der innern Luft allein auf die Rechnung der atmosphärischen Luft zu schreiben, die man mit einem

Blasebalge in die Kugel getrieben hat, um sie besser auszudehnen; denn diese betrug nach dem Zeugnisse des Herrn Robert selbst nur 16 Kubikschuhe; vielleicht, fährt er fort, ist es die fixe, und die flüchtige Schwefelluft, die sich zu gleicher Zeit aus dem Eisen entwikelte; vielleicht sind es auch Wassertheilchen, vielleicht einige sehr feine Theilchen der Eisenfeile selbst, die durch die Heftigkeit mit der diese aufgelöst wurde, mit in die Kugel hinaufgeführt werden konnten. Allein nach **Meusnier** sind alle diese Umstände noch nicht hinlänglich, die Verschiedenheit die er hier zwischen der Erfahrung und der angenommenen Theorie bemerkt hatte, ganz zu rechtfertigen; es muß seyn, fährt er fort, daß die bisher allgemein angenommene specifische Schwere der brennbaren Luft wirklich zu groß ist, und um der Wahrheit näher zu kommen, merklich vermindert werden muß.

Ich glaube nicht daß diese Folge in der gegenwärtigen Periode der Physik und Chymie erlaubt ist. Die brennbare Luft ist bey gleichem Druke vielleicht achtmal, vielleicht auch zehnmal, aber wenigstens sechsmal leichter als die atmosphärische; dies ist das allgemeine Resultat aller unserer Versuche über die brennbare Luft; dies ist der Ausspruch der berühmtesten Männer die die Naturlehre seit zehn Jahren aufzuweisen hat. Ich finde eine ganz andere Ursache dieser Abweichung, als Herr

Meusnier sie gefunden hatte. Die ganze Verlegenheit, die ihn hinderte den Ausgang eines Versuches zu erklären der den Grundsäzen der Mechanik völlig gemäs ist, liegt allein darinn, daß er an die specifische Federkraft nicht gedacht hat.

Die specifische Federkraft der brennbaren Luft ist wenigstens sechsmal größer als die der gemeinen Luft; dies ist die wahre Sprache der Physik. So lange also die absolute Federkräfte gleich sind, so ist das Verhältnis der Dichtigkeiten das umgekehrte Verhältnis der specifischen Federkräfte; und unter dieser Einschränkung ist die brennbare Luft wenigstens sechsmal leichter als die atmosphärische. Es ist also die Frage, stehen bey unserer aerostatischen Kugel die innere und die äußere Luft unter sich wirklich im Gleichgewichte? ist der Druk von beyden Seiten gleich stark? dies muß zuerst entschieden seyn, ehe die erforderliche Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft beurtheilt werden kann.

Die innere Luft der Kugel muß offenbar zweyen Kräften widerstehen und ihnen vereinigt, das Gleichgewicht halten. Sie muß dem Druk der Atmosphäre widerstehen, um nicht von ihr zusammengedrükt zu werden. Sie muß aber auch die Kugel ausdehnen, die dieser Ausdehnung widersteht, und um so vielmehr widersteht, je mehr sie wirklich ausgedehnt ist. Ihre Biegsamkeit geht nicht bis ins Unendliche; sie reist wann die Luft in ihr

zu

zu sehr zusammengehäuft ist; sie hat ihre eigene Elasticität, mit der sie strebt sich zusammen zu ziehen, und es ist nichts da, das ihr entgegen arbeiten könnte, als die absolute Federkraft der innern Luft, die allein die Kugel in der Ausdehnung erhalten, und doch noch dem ganzen Druck der Atmosphäre widerstehen muß.

Die absolute Federkraft der innern Luft muß weit stärker seyn, als der Druck der Atmosphäre; und nun ist freylich das Verhältnis der Dichtigkeiten nicht mehr das umgekehrte Verhältnis der specifischen Federkräfte allein, sondern es muß dieses noch mit dem Verhältnis der absoluten Federkräfte multiplicirt werden. Das Verhältnis der Dichtigkeiten ist eines von den Resultaten des Pariser Versuchs; es ist 1 : 4. Und nun sind wir erst im Stande das Verhältnis der absoluten Federkräfte genauer zu bestimmen und daraus die Kraft zu berechnen, mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widerstund.

Es seye die absolute Federkraft der innern Luft = V, ihre specifische Federkraft = E; die absolute Federkraft der äußern Luft oder der Druck der Atmosphäre = v, und ihre specifische Federkraft = E; die Kraft endlich mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widersteht = F. Es ist also $v = V - F$. Und da die absoluten Federkräfte sich wie die Produkte der specifischen Federkräfte und der Dichtigkeiten verhalten, und hier die Dichtigkeiten der äußern und der innern Luft unter sich dem

Verhältnisse 4 : 1 stehen, so ist überhaupt $\frac{V}{V-F} = \frac{E}{4e}$.

Es führt uns diese Gleichung auf eine andere, durch die die Kraft näher bestimmt wird, mit der die Maschine ihrer Ausdehnung widersteht; es ist $\frac{F}{V} = \frac{E-4e}{E}$.

Es hängt also das Verhältnis zwischen F und V nur noch von dem Verhältnis der specifischen Federkraft ab. Dieses leztere ist noch sehr unbestimmt; die geringste Angabe von $\frac{E}{e}$ ist 6, und die gröste 10. Für alle angenommene Werthe von 6 bis 10, erhält man für das Verhältnis F : v : V, dessen Nenner der Druck der Atmosphäre, und dessen Zähler die Kraft ist, mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widersteht, folgende Werthe:

$\frac{E}{e}$	F : v : V
6	2 : 4 : 6
7	3 : 4 : 7
8	4 : 4 : 8
9	5 : 4 : 9
10	6 : 4 : 10

Gewiß sind diese Resultate sehr unerwartet, und sie müssen unsere ganze Theorie in die gröste Verlegenheit setzen. Schon bey dem allergeringsten Verhältnisse, das uns die gewissen Versuche über die brennbare Luft erlauben, 1 : 6, finden wir daß die Spannung in der sich die Kugel befand, die Kraft mit der sie sich zusammenzog,

und mit der sie ihrer Ausdehnung widerstund, die Hälfte von dem ganzen Druck der Atmosphäre ausmachte. Und noch hatte bisher keiner der vielen Schriftsteller, die über die specifische Leichtigkeit aerostatischer Kugeln von verschiedenem Durchmesser ganze Tafeln verfertigt haben, auf diese Kraft die geringste Rücksicht genommen, die also alle Resultate ihrer Rechnung auf einmal zerstört. So lang uns die vereinigten Kräfte der Mathematik und Physik über sie nichts gewisses bestimmen, so lange wir die Gesetze nicht kennen denen sie unterworfen ist, so lange bleibt auch das Problem unaufgelöst, die specifische Leichtigkeit einer aerostatischen Maschine anzugeben, deren Durchmesser, ihr Gewicht, und die Luft gegeben ist mit der sie gefüllt werden soll; gesezt auch daß die specifische Federkraft dieser leztern durch die zuverläßigsten Versuche aufs genaueste bestimmt wäre.

Es bleibt uns demnach kein anderer Weg übrig, die specifische Leichtigkeit einer aerostatischen Kugel zu bestimmen, als der, daß man in dem Augenblik in dem die Kugel aufsteigt, die Kraft mit der sie aufsteigt durch unmittelbare Versuche berichtigt, sie zu dem Gewichte der Kugel ohne die innere Luft addirt, die Summe von dem Gewichte der atmosphärischen Luft abzieht, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich ist. Der Ueberrest wird das Gewicht der innern Luft seyn die die Kugel

anfüllt. Dies ist das Gewicht das ich künftig M nennen werde; die vierte meiner gegebenen Größen, die bey unserer Theorie zum Grunde liegen müssen.

Die fünfte wird die Zahl seyn, mit der das Gewicht der innern Luft multiplicirt werden muß, um das Gewicht der gemeinen Luft auszudrücken, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich ist. Es seye diese Zahl n. In dem Verhältnis $1 : n$ also stehen untereinander die Dichtigkeit der innern und die Dichtigkeit der äußern Luft; oder besser die Masse der innern, und die Masse der äußern Luft, die zuvor die Stelle der Kugel einnahm. Verändert sich M, ohne daß deswegen das Verhältnis sich zugleich verändert, in dem die Dichtigkeit der innern Luft und der äußern untereinander stehen; so kann dies nicht anders geschehen, als es muß in gleichem Verhältnisse das ganze Volumen der Kugel größer oder kleiner werden.

Das Gewicht unsrer Kugel also ist $M + B$, und die Kraft mit der sie aufsteigt, $(n - 1)\,M - B$. Mit der erstern würde die Kugel durch ihre natürliche Schwere fallen; und mit der leztern wird sie nun aufwärts getrieben; nehmen wir also die Kraft der Schwere $= 1$, so ist die specifische Leichtigkeit $\frac{nM}{M+B} - 1$. Dies würde die beschleunigende Kraft seyn, wenn der Widerstand der Luft uns nicht nöthigte, von ihr noch eine andere Größe

abzuziehen, die von der schon erlangten Geschwindigkeit der Kugel abhängt.

In unserm gegenwärtigen Falle, wo $M = 20$, $B = 25$, $n = 4$, und $(n - 1) M - B = 35$, ist $\frac{nM}{M+B} = \frac{16}{9}$, und also die specifische Leichtigkeit der Kugel $\frac{7}{9}$ der natürlichen Schwere. Mit dieser leztern wäre er in einer Sekunde 15,625 rheinländische Schuhe tief gefallen, und mit der erstern würde er nun 12,153 Schuhe hoch steigen, wenn der Widerstand der Luft seine Bewegung nicht verminderte.

Es läßt sich vermöge dieser Ausdrücke eine Frage beantworten, die für die ausübende Physik nicht unwichtig ist. Die brennbare Luft verzehrt sich, wenn sie länger in einem Körper verweilen muß; sie mag nun blos ihre Federkraft verlieren, oder durch die Poros desselben wirklich entwischen. Unsere Kugel zum Beyspiel stieg den Tag zuvor da sie noch nicht völlig ausgedehnt war, mit einer Gewalt von 21 Pfunden in die Höhe, und 15 Stunden hernach war die Kraft mit der sie empor stieg, nur noch 18 Pfunde. Es ist die Frage wieviel hatte sie also von ihrer brennbaren Luft verloren?

Die Entscheidung dieser Frage hängt von einer andern ab: Bleibt bey dieser Verminderung das Verhältnis $n : 1$ unverändert? und diese leztere wird noch so lange unentschieden seyn, als wir die Kraft nicht kennen mit

der die Kugel ihrer Ausdehnung widersteht. Gesezt, es bliebe unverändert, so sey P die Kraft mit der sie bey der Masse der innern Luft M aufsteigt; und P′ seye eben dieselbe für die Masse M′. So wird $M' - M \equiv \frac{P' - P}{n - 1}$. In unserm Falle also vermindert sich die Masse der innern Luft immer um 1 Pfund, wenn die Kraft mit der sie aufsteigt sich um 3 Pfunde vermindert.

Dies wäre demnach die specifische Leichtigkeit unserer Kugel auf dem Horizonte, wo die Barometerhöhe = H ist. Es ist die Frage was wird sie auf jeder andern Höhe x seyn, wo die Barometerhöhe *h* ist. Dort ist also die Masse der Luft, deren Volumen der Kugel gleich ist, noch $\frac{n h M}{H}$; die Kraft mit der sie aufsteigt $= \frac{n h M}{H} - M - B$; und ihre specifische Leichtigkeit mit der Schwere verglichen $= \frac{n h M}{H (M + B)} - 1$.

Das Verhältnis $\frac{n M}{M + B}$ ist hier besonders merkwürdig. Es ist das Verhältnis der specifischen Schwere der atmosphärischen Luft und unserer Kugel. Wie sich sein Zähler zum Nenner verhält, so verhält sich die Dichtigkeit der äußern Luft zur Dichtigkeit eines Körpers der unter dem Volumen unserer aerostatischen Kugel das nämliche Gewicht hätte, aber durchaus gleichartig wäre. Ich werde diesen Ausdruck $\frac{n M}{M + B}$ künftig N nennen. So ist demnach die specifische Leichtigkeit der

Kugel auf dem Horizonte $= N - 1$; und auf der Höhe x noch $\frac{Nh}{H} - 1$.

Das Verhältnis $\frac{H}{h}$ hängt von der Höhe selbst ab, es ist nämlich $\frac{x}{S} = Log. \frac{H}{h}$; und $\frac{h}{H} = e^{-x:S}$. In größern Höhen wird dieses Gesetz für unsere Rechnung über die Kugel beynahe unbrauchbar; allein so lange x sehr klein ist, so können wir uns mit Vortheil der ersten Glieder der unendlichen Reihen bedienen, durch die $Log. \frac{H}{h}$, und $e^{-x:S}$ in der höhern Analysis ausgedruckt werden. Es ist in dieser Periode $\frac{x}{S}$ oder $Log. \frac{H}{h} = 1 + \frac{H-h}{H}$; und $\frac{h}{H}$ oder $e^{-x:S} = 1 - \frac{x}{S}$. Die beschleunigende Kraft also auf einer Höhe x wird seyn $N - 1 - \frac{Nx}{S}$.

Noch eine Untersuchung ist übrig. Es ist die Frage, welches ist in den größern Höhen die Kraft, mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widerstehen muß? Sie wird größer seyn müssen als auf dem Horizonte; ihre genauere Bestimmung ist folgende.

In einer höhern Region der Atmosphäre, wo die Barometerhöhe nur noch h ist, wird die Dichtigkeit der Luft nur noch $\frac{hd}{H}$, und ihre absolute Federkraft $= \frac{hv}{H}$ seyn; vorausgesezt, daß d und v ihre Dichtigkeit und

absolute Federkraft auf dem Horizonte sind. Auf jener Höhe also ist das Verhältnis der absoluten Federkräfte der innern und äußern Luft $\frac{HED}{hed}$; (D ist hier die Dichtigkeit der innern Luft) und da eben dieses Verhältnis $= \frac{hv + Hf'}{hv}$ seyn muß, wann f' die Kraft seyn soll, mit der die Kugel ihrer Ausdehnung widersteht, so wird $\frac{f'}{v} = \frac{HED - hed}{Hed}$. Auf dem Horizonte, wo dieselbe Kraft f war, hatten wir $\frac{f}{v} = \frac{ED - ed}{ed}$; und so sieht man deutlich, daß in den höhern Regionen die Kugel einer gar viel größern Spannung ausgesetzt, und der Gefahr zu reißen näher seyn muß; denn es ist $\frac{f' - f}{v} = \frac{H - h}{H}$.

Dies ist es, was wir bey dem gegenwärtigen Zustande unserer Mechanik von der Kraft versichern können mit der die Kugel in ihrer Ausdehnung erhalten wird, und die vielleicht mehr als jede andere verdient aufs genaueste untersucht zu werden. Der unglückliche Ausgang der meisten unter den bisherigen aerostatischen Versuchen, da die Kugel immer mit der grösten Leichtigkeit von der Erde empor stieg, in den höhern Regionen aber, wo der Druck der Atmosphäre schwächer war, und die Kugel also von ihrer innern Luft stärker ausgedehnt wurde, immer zu reißen anfieng und dann schnell wieder herunterfiel, beweisen es nur zu sehr, daß man die Ausdeh-

nung die die Kugel zu ertragen im Stande ist, nie genau untersucht hatte. Wenn die Reise durch die Luft kein bloßes Hirngespinnst unserer Einbildungskraft ist; wenn je die Bewohner unsers Erdballes ihre Vortheile darinn finden, in den höhern Regionen der Atmosphäre Reisen anzustellen, so ist gewiß keine Untersuchung wichtiger als diese; indem in diesem Falle von ihr, nicht allein die Vollkommenheit unsrer Wissenschaft, sondern selbst das Leben der Menschen abhängt.

Neunter Abschnitt.

Ueber die beschleunigenden Kräfte überhaupt.

Ich gehe mit einer recht lebhaften Empfindung der Ehrfurcht an die Mechanik fort; an den Theil der angewandten Mathematik, der aus den Händen eines Galiläi in einigen wenigen Lehrsätzen zuerst sein Daseyn empfieng, ein ganzes Jahrhundert nach ihm noch nicht den Namen einer Wissenschaft verdiente, endlich aber so bald Neuton erschienen war, unter seiner Aufsicht schnell aufblühte, und zu einer unerwarteten Höhe empor stieg. Sein Werk ist es, das die schwersten Untersuchungen, die den grösten Geistern des Alterthums unmöglich gewesen wären, in unsern Zeiten Uebungen für Anfänger sind; um so viel mehr, da die großen Mathematiker des achtzehnten

Jahrhunderts es bey weitem nicht dabey bewenden ließen, wo Neuton stille stehen mußte. Der reiche Vorrath von Untersuchungen, die Entwicklung der scharfsinnigsten Theorien, die uns die Euler, die Dalambert hinterlassen haben, setzen uns in den Stand, zur Auflösung einer Aufgabe überzugehen, die in ihrer Art die schwerste und die zusammengesetzteste ist. Es ist das Problem, die Bewegung eines Körpers zu bestimmen, der von seiner eigenen specifischen Leichtigkeit in die höhern Regionen der Atmosphäre geführt wird. Es wird zwar jezt nichts mehr als eine feine und genaue Kenntnis der Rechnung des Unendlichen gefodert, um in der Auflösung dieser Aufgabe allen Foderungen der Mathematik und Physik ein vollkommenes Genügen zu leisten; allein die Anwendung auf unsern Fall ist noch neu, und alle Bedingungen dieser Aufgabe beweisen es nur zu deutlich, wie weit bey allem ihrem Reichthume Eulers Mechanik davon entfernt geblieben ist, alle hieher gehörige Untersuchungen erschöpft zu haben.

Die allgemeinen Begriffe der bewegenden und beschleunigenden Kraft sind wohl das erste, was hier in Richtigkeit gebracht seyn muß. Sie sind in sehr vielen Stücken wesentlich voneinander unterschieden, und es würde die gröste Unwissenheit in der Mechanik verrathen, wenn man sie verwechseln wollte.

Unter der bewegenden Kraft verstehe ich hier diejenige, die die ganze Geschwindigkeit deren sie fähig ist, einem

Körper in einem Augenblicke mittheilt und dann aufhört zu wirken. Mit dieser empfangenen Geschwindigkeit wird also der Körper die Stelle verlassen in der er sie empfieng, er wird mit gleichförmiger Bewegung in gerader Linie fortgehen, und er wird diese Bewegung ohne einzige Vermehrung oder Verminderung seiner Geschwindigkeit bis ins Unendliche fortsetzen, so lang keine neue Kraft oder kein Hindernis dazukömmt, die seine Richtung oder seine empfangene Geschwindigkeit ändert.

Dies ist also die Kraft, die die wahre Ursache jeder gleichförmigen Bewegung ist, und die sich von der beschleunigenden darinn wesentlich unterscheidet, daß sie die ganze Geschwindigkeit deren sie fähig ist, in einem Augenblicke mittheilt und dann zu wirken aufhört.

Der Begriff der bewegenden Kraft bringt es von selbst mit sich, daß sie relativ seyn muß, d. h. daß die Geschwindigkeit die sie mittheilt, aus der Kenntnis der Kraft selbsten nicht bestimmt werden kann, sondern daß sie zugleich von der Masse des Körpers der bewegt werden soll, und von der Geschwindigkeit die er schon wirklich besitzt, abhängen muß. Eine solche bewegende Kraft ist z. B. die Gewalt eines Flusses, der Körper mit sich fortreißt und ihnen eine ganz andere Geschwindigkeit mittheilt, nach dem die Masse des Körpers oder seine Geschwindigkeit verschieden ist. Er wird den Körper in seinem Laufe ganz aufhalten, der sich nach einer entge-

gengesetzten Richtung bewegt, bey einem ruhenden Körper wird die von der Gewalt des Flusses in ihm erzeugte Veränderung weniger merklich seyn, und sie wird ganz verschwinden, wenn der Körper diejenige Geschwindigkeit empfangen hat, mit der der Fluß selbst bewegt wird. In diesem leztern Falle wird der Körper mit eben der Geschwindigkeit fortgehen, mit der er fortgehen würde wenn gar kein Fluß da wäre; und dieser leztere wird ganz aufhören ferner auf ihn zu wirken. Unsere ganze Theorie des Stoßes ist eine Bestätigung der Wahrheit, daß die bewegende Kraft blos relativ ist, und erst von der Masse und der Geschwindigkeit der Körper, die von ihr bewegt werden sollen, näher bestimmt wird. Ob im übrigen durch diese bewegende Kraft, die in einem Augenblicke eine endliche Geschwindigkeit erzeugen soll, die Geometrie nicht verlezt wird; ob es unmöglich ist daß eine Veränderung geschehen sey, ohne durch unendlich kleine Stufen das geworden zu seyn was sie ist; ob dieser Grund uns berechtige, zu läugnen daß es vollkommen harte Körper geben könne, weil durch ihre Wirkungen aufeinander das Gesetz der Stätigkeit verlezt werden würde; diese und noch sehr viele andere Fragen überlassen wir Mathematiker gar gern der Metaphysik.

Auf die Wirkungen der bewegenden Kraft also läßt sich alles das anwenden, was von der gleichförmigen Bewegung überhaupt gesagt wird. Bey ihr ist es wahr,

daß die durchloffenen Raume sich in dem zusammengesetzten Verhältnis der Zeit und der Geschwindigkeit verhalten. Bey ihr sind die Lehrsätze wahr, nach denen Bewegungen, bey welchen Zeit, Raum und Geschwindigkeit verschieden sind, untereinander verglichen werden müssen. Die bewegende Kraft endlich, ohngeachtet sie von der beschleunigenden wesentlich unterschieden ist, ist doch die Quelle, aus der die ganze Theorie der beschleunigenden Kräfte hergeleitet werden muß. Selbst der Körper der von einer beschleunigenden Kraft getrieben wird, wird doch in einer unendlich kleinen Zeit nur unendlich kleinen Veränderungen seiner Geschwindigkeit ausgesetzt seyn, und sich jedes unendlich kleine Zeittheilchen hindurch gleichförmig bewegen. Seine Bewegung, so sehr sie sich auch im Ganzen von der gleichförmigen entfernt, wird aus unendlich kleinen gleichförmigen Bewegungen zusammengesetzt seyn, so wie jedes Element einer krummen Linie die gerade ist.

Es bewege sich also ein Körper wie er will, so wird seine Geschwindigkeit an jeder Stelle sich immer verhalten, wie der unendlich kleine Raum, der mit dieser Geschwindigkeit in dem nächst folgenden unendlich kleinen Zeittheilchen beschrieben werden mußte, durch dieses unendlich kleine Zeittheilchen dividirt.

Ist also bey der Bewegung eines Körpers, sie mag seyn wie sie wolle, das Gesetz gegeben in dem Zeit und

Geschwindigkeit unter sich stehen, so lassen sich hieraus die Räume bestimmen. Ist das Gesetz gegeben, in dem die Geschwindigkeit und der durchloffene Raum untereinander stehen, so läßt sich hieraus die Zeit bestimmen in der jeder Raum beschrieben worden seyn muß. Ist endlich das Gesetz gegeben, nach der für jede Zeit der in dieser Zeit durchloffene Raum bestimmt werden muß, so läßt sich hieraus die Geschwindigkeit bestimmen, die der Körper in jeder Stelle gehabt hat. Und alle diese Untersuchungen, die wichtigsten und erhabensten mit denen sich ein Gelehrter beschäftigen kann, sind allein die Sache der höhern Analysis; sie beruhen alle auf der Entwickelung der Differentialgleichung: $dx = c\,dt$; wo c die Geschwindigkeit an jeder Stelle, t die Zeit und x den Raum ausdruckt, der in dieser Zeit mit der gegebenen Geschwindigkeit beschrieben worden ist. Es führt uns mit einem Worte die Theorie der gleichförmigen Bewegung auch bey solchen Bewegungen, die von beschleunigenden Kräften erzeugt werden, wenigstens so weit, daß wann von diesen dreyen Stücken, Zeit, Raum und Geschwindigkeit, die Verbindung zwischen zweyen gegeben ist, wir immer diejenige angeben können, in der mit diesen beyden das dritte steht. Ist aber dieses nicht, sondern soll die ganze Bewegung blos aus der Kenntnis der Kraft hergeleitet werden, mit der der Körper in jeder Stelle bewegt wird, so werden hiezu

neue Grundsätze erfodert; es sind diejenigen die unter allen Sterblichen zuerst Neuton entwickelt hat.

Die beschleunigende Kraft also ist diejenige die in einem Augenblicke in einem Körper nur eine unendlich kleine Geschwindigkeit erzeugen kann, die aber alsdann den Körper nicht verläßt, sondern auf ihn zu wirken fortfährt. So erhält also ein Körper von der beschleunigenden Kraft in einer gewissen Zeit durch lauter unendlich kleine Stufen das, was er von der bewegenden Kraft auf einmal und in einem Augenblicke erhalten hätte. Im Anfange seiner Bewegung wird seine Geschwindigkeit unendlich kleiner seyn, als jede andere, die er von der bewegenden Kraft erhalten hätte. Allein in dem Fortgange seiner Bewegung wird seine Geschwindigkeit unendlich größer werden, als jede andere, die ihm die bewegende Kraft mitgetheilt hätte.

Die beschleunigende Kraft ist im ganzen Verstande des Worts eine absolute Kraft. Und weder die Masse des Körpers auf den sie wirkt, noch seine Geschwindigkeit hat den geringsten Einfluß auf die Veränderungen der Bewegung die sie in ihm hervorbringt. Körper von ganz verschiedener Masse fallen zum Beyspiel vermöge ihrer natürlichen Schwere, die mit unter die beschleunigenden Kräfte gehört, in gleicher Zeit gleich tief; so lange nemlich diese Schwere allein und frey wirken kann, und so lange ihr nichts im Wege steht, das ihre Wirkung ver-

ändern könnte. Sehen wir daß der Stein sehr schnell fällt, daß die Pflaumfeder langsam herabflattert, daß die aerostatische Kugel gar in die Höhe steigt; so ist diese Schwere entweder von andern Ursachen verhindert worden frey zu wirken, oder sie ist es gar nicht mehr die gewirkt hat.

Die beschleunigende Kraft hängt eben so wenig von der Geschwindigkeit des Körpers ab; ihre Wirkung auf den ruhenden und bewegten Körper ist völlig eben dieselbe. Gesezt, die beschleunigende Kraft erzeuge in einem ganz ruhenden Körper während des ersten unendlich kleinen Zeittheilchen seiner Bewegung dt, die unendlich kleine Geschwindigkeit dc; so würde eben dieser Körper, wenn er im Anfang dieses Zeittheilchens schon die Geschwindigkeit c gehabt hätte, zu Ende desselben vermöge dieser beschleunigenden Kraft die Geschwindigkeit $c + dc$ erhalten haben. Eine unmittelbare Folge aus diesem Satze ist ein anderer, auf dem unsere ganze Theorie der beschleunigenden Kräfte zum Theil beruht. Es ist der, daß in den ersten unendlich kleinen Zeittheilchen der Bewegung, die von einer beschleunigenden Kraft hervorgebracht wird, die Geschwindigkeit sich wie die Zeit verhalte.

Die beschleunigende Kraft also hängt allein von sich selbst ab; und der ganze Unterschied der Wirkungen, die von mehrern beschleunigenden Kräften, so lange sie

unge-

ungehindert wirken können erzeugt werden, ist nirgends anders, als in ihnen selbst zu suchen. In dem ersten unendlich kleinen Zeittheilchen der Bewegung wird eine gewisse beschleunigende Kraft immer eben denselben Grad von Geschwindigkeit erzeugen, sie mag nun wirken auf was sie nur immer wolle. Und sind die beschleunigenden Kräfte unter sich verschieden, so werden dieselben Grade von Geschwindigkeit, die in der nemlichen Zeit erzeugt worden sind, sich untereinander verhalten wie sie. Sind die Zeittheilchen selbst verschieden, so werden die erzeugten Grade von Geschwindigkeit sich untereinander verhalten wie die Produkte aus der beschleunigenden Kraft in das Zeittheilchen während dessen sie gewirket hat.

Die Natur liefert uns von dieser beschleunigenden Kraft unzählige Beyspiele. Eine solche Kraft ist unsere natürliche Schwere, die alle Körper gegen den Mittelpunkt der Erde zutreibt, so lange sie frey wirken kann. Eine solche Kraft ist es auf der die Bewegung der himmlischen Körper in unserm Sonnen-System gewiß, und wahrscheinlicher Weise auch in den übrigen allen beruht. Eine solche Kraft ist das Anziehen des Magnets und des elektrischen Körpers. Eine solche Kraft wird überhaupt jeder Druck seyn, der einen Körper aus seiner Stelle treibt, und auf den einmal in Bewegung gesetzten Körper zu wirken fortfährt.

Nach dem wenigen was wir bisher von der beschleunigenden Kraft gesagt haben, ist die Bewegung die sie

erzeugt nicht mehr ganz ein Geheimnis für uns. Es bewege sich ein Körper nach den Gesetzen der beschleunigenden Kräfte; er habe wirklich den Raum x in der Zeit t zurückgelegt, und die zu Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit seye gleich c. In dem folgenden unendlich kleinen Zeittheilchen dt bewege sich der Körper durch den Raum dx und zu Ende desselben seye seine Geschwindigkeit $c + dc$. Diese Vermehrung der Geschwindigkeit wird also zum Theil von der beschleunigenden Kraft abhangen, die gewirkt hat, zum Theil von der Dauer des Zeittheilchens während dessen sie gewirkt hat; sie wird dem Produkt von beyden proportional seyn. Nennen wir also die beschleunigende Kraft p, so entsteht hieraus die sehr leichte Differentialgleichung: $dc = npdt$; wo n einen beständigen Coefficienten anzeigt. Allein nach der allgemeinen Theorie der Bewegung sie mag gleichförmig seyn oder nicht, ist $dt = \frac{dx}{c}$. Die Verbindung beyder Gleichungen führt uns auf eine dritte, wodurch das Verhältnis bestimmt wird, das zwischen der beschleunigenden Kraft und dem Grade von Geschwindigkeit statt hat, der von ihr in einer gewissen Stelle erzeugt worden ist; $edc = npdx$.

Der einfachste Fall der beschleunigenden Kräfte ist derjenige wo sie beständig ist. In diesem Falle ist das allgemein wahr, was bey veränderlichen beschleunigenden Kräften nur im Anfange der Bewegung statt hat;

daß die Geschwindigkeit sich wie die Zeit verhalte in der sie erzeugt worden ist; in diesem Falle ist das was wir im vorigen Satze *p* genannt haben, eine beständige Größe; und so führt uns die Integralrechnung auf die Gleichung, die zwischen Zeit, Raum und Geschwindigkeit statt haben muß: die Räume verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, und da diese den Zeiten proportional sind, wie die Quadrate der Zeiten. Dieser Fall endlich ist für uns ungleich der merkwürdigste; er ist der einfachste von allen, und kann also der allgemeine Maasstab, die Einheit der übrigen seyn; und er ist es zugleich von dem uns die natürliche Schwere ein Beyspiel liefert, und uns die Versuche an die Hand giebt die bey der Theorie aller übrigen zum Grunde liegen müssen.

Vermöge der natürlichen Schwere ist der Raum, den ein Körper, von ihr beschleunigt, in einer Sekunde durchläuft 15,0976 Pariser Schuhe oder 15,625 Rheinländische Schuhe; dies hat **Huyghens** durch seine Versuche mit dem **Pendul** entschieden. Und mit dieser erhaltenen Geschwindigkeit würde derselbe Körper in einer Sekunde das Doppelte oder 31,251 Rheinländische Schuhe durchlaufen, wenn er sich gleichförmig bewegte und nicht weiter beschleunigt würde. Es wird also nunmehr leicht seyn, für jeden gegebenen Raum, der vermöge der Schwere durchloffen werden soll, die dazu gehörige Zeit, und den Grad der Geschwindigkeit anzu-

geben, den der Körper zu Ende seines Falles erreicht haben wird. Ist die Zeit des Falles in Sekunden ausgedrückt, so wird das Quadrat dieser Zahlen mit 15 625 multiplicirt, die Höhe des Falles in Tausendtheilchen des Rheinländischen Fußes stehen. Ist diese Höhe in Tausendtheilchen des Rheinländischen Fußes gegeben, so wird die Quadratwurzel dieser Zahl durch 125 dividirt, die Zeit in Sekunden seyn. Ueberhaupt, wenn c nunmehr genauer bestimmt werden, und den Raum anzeigen soll, den ein Körper mit der zu Ende seines Falles von der Höhe x erhaltenen Geschwindigkeit, in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde; und $\int$ die Höhe, die er, von unserer Schwere beschleunigt, wirklich zurücklegt, so ist $cc = 4\int x$.

Besonders wichtig ist uns die Aufgabe, für jeden gegebenen Grad der Geschwindigkeit, das ist für jeden gegebenen Raum, den ein Körper in einer gewissen Zeit durchlaufen soll, die Höhe anzugeben, von der ein Körper, von unserer Schwere beschleunigt, herabgefallen seyn müßte, um denselben Grad von Geschwindigkeit zu erhalten. Die Auflösung dieser Aufgabe setzt uns in den Stand in unserer ganzen Theorie der Bewegung, die von beschleunigenden Kräften erzeugt wird an die Stelle der Geschwindigkeit die Höhe zu setzen die ihr zugehört, und die immer der Quadratwurzel der Geschwindigkeit proportional ist. Es seye für unsere vorige Geschwindigkeit

c diese Höhe $= v$, so muß in diesem Falle, nach dem was über die beschleunigenden Kräfte überhaupt gesagt worden ist $c\,d\,c = n\,d\,v$ seyn. So fällt nun aus unserer vorigen allgemeinen Gleichung die Geschwindigkeit ganz weg, und wir erhalten statt ihrer die ungleich einfachere, $d\,v = p\,d\,x$, die künftig bey unserer ganzen Theorie der beschleunigenden Kräfte zum Grunde liegen soll. Es versteht sich von selbst, daß unsere Kraft der Schwere, die in dieser Gleichung noch mit $d\,v$ multiplicirt seyn sollte, der Einheit gleich gesetzt ist.

Die nunmehr bestimmte Gleichung zwischen Raum und Geschwindigkeit führt uns auf die andere, auf der das Verhältnis zwischen Geschwindigkeit und Zeit beruht. Die erstere ist $d\,v = p\,d\,x$. Und da noch außerdem bey jeder Bewegung, die von einer freywirkenden beschleunigenden Kraft erzeugt wird, c oder $\sqrt{v} = \frac{n\,d\,x}{d\,t}$ seyn muß, so ist demnach, wenn die erstere Gleichung durch die leztere dividirt wird, $\frac{p\,d\,t}{n} = \frac{d\,v}{\sqrt{v}}$; und daher $d\,t = \frac{n\,d\,v}{p\sqrt{v}}$. Alles was hier noch übrig ist besteht darinn, daß der beständige Coefficient n näher bestimmt werde.

Für unsere natürliche Schwere, wo p der allgemeine Ausdruck der beschleunigenden Kraft, der Einheit gleich ist, würde diese Gleichung folgende seyn: $d\,t = \frac{n\,d\,v}{\sqrt{v}}$.

Es seye nunmehr s der Raum, den ein Körper, von

unserer natürlichen Schwere beschleunigt, in der Zeit τ zurücklegt. Da bey jedem andern Raum v, der in der Zeit t zurückgelegt wurde, nach den bewiesenen Gesetzen unserer Schwere, folgendes Verhältnis statt haben mußte, $t : \tau = \sqrt{v} : \sqrt{s}$, und also $t = \frac{\tau\sqrt{v}}{\sqrt{s}}$ seyn würde; so muß auch $dt = \frac{\tau dv}{2\sqrt{fv}}$ seyn. Dieses mit der vorigen Differentialgleichung verglichen, giebt uns den wahren Werth von n zu erkennen; es ist $n = \frac{\tau}{2\sqrt{f}}$. So wird endlich unsere allgemeine Gleichung, durch welche für jede gegebene beschleunigende Kraft, und den Grad von Geschwindigkeit der von ihr erzeugt worden ist, folgende seyn: $\frac{dt}{\tau} = \frac{dv}{2p\sqrt{fv}}$; eine Gleichung in der nun nichts unbestimmtes mehr übrig ist, dann der Raum, den ein Körper in einer Sekunde zurücklegt, ist durch Versuche entschieden.

Ich habe zur Bestimmung der Zeit noch eine andere Formel, die mir leichter als die Eulerische zu seyn scheint. Es seye c der Raum, den der Körper mit der zu Ende des zurückgelegten Raums x erhaltenen Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde. Dieses c also muß durch die Gleichung $cc = 4fv$ immer gegeben seyn, so bald durch die vorige Gleichung v bestimmt ist. Mit eben dieser Geschwindig-

keit soll nun der Körper in dem Zeittheilchen dt den Raum dx beschreiben. Es muß also dieses Zeittheilchen dt sich verhalten zu τ oder einer Sekunde, wie das Element des Raums dx zu c, dem Raume der in einer Sekunde mit eben der Geschwindigkeit zurückgelegt werden könnte; das heist: es ist $\frac{dt}{\tau} = \frac{dx}{c}$. Und dieser Gleichung bediene ich mich immer um die Gleichung für die Zeit zu bestimmen, so bald aus dem Gesetze der beschleunigenden Kraft, die Geschwindigkeit gefunden ist.

Ich glaube durch diese kurze Uebersicht der allgemeinen Theorie der beschleunigenden Kräfte meine Leser hinlänglich zur Auflösung einer Aufgabe vorbereitet zu haben, die zusammengesetzter ist als alle andere, an welchen sich der Fleiß der Mathematiker unsers Jahrhunderts bis hieher geübt hat. Auf unsern Fall angewandt nimmt nun die allgemeine Theorie eine besondere Wendung.

Die specifische Leichtigkeit der aerostatischen Kugel auf dem Horizonte ist $N - 1$; N ist hier ein Bruch, dessen Renner das ganze Gewicht der Kugel selbst mit ihrer innern Luft, und der Zähler das Gewicht der atmosphärischen Luft vorstellt, die mit der Kugel gleiches Volumen hat. Und auf der Höhe x, wo die Barometerhöhe h ist, wird die specifische Leichtigkeit unserer Kugel $= \frac{Nh}{H} - 1$. Sie wird also dort völlig verschwinden, wo $\frac{h}{H} = \frac{1}{N}$.

Nehmen wir auf den Widerstand der Luft keine Rücksicht, so wird das was wir hier unter der specifischen Leichtigkeit verstehen, die beschleunigende Kraft selbst seyn, die wir bisher p genannt haben. Es seye demnach für einen Augenblick specifische Leichtigkeit und beschleunigende Kraft eben dasselbe; und sollte es auch nur seyn, um die Freunde der Mathematik auf die unerwarteten und von der Erfahrung unendlich weit entfernten Resultate aufmerksam zu machen, auf die uns die Theorie führt, wenn der Widerstand der Luft nicht mit in Rechnung gebracht wird.

Es seye demnach x der von dem Horizonte an zurückgelegte Raum der aufwärts steigenden Kugel, und v die Höhe, die ihrer Geschwindigkeit an jeder Stelle zugehört: so ist nach meiner Anweisung die Differentialgleichung, die das Verhältnis zwischen beyden ausdrückt, folgende: $dv = \left(\frac{Nh}{H} - 1\right) dx$; oder da $dx = -\frac{S\,dh}{h}$ (denn dies ist das Differential der Gleichung zwischen Höhe und Dichtigkeit der Luft, $\frac{x}{S} = Log.\ \frac{H}{h}$)

$dv = -\frac{NS\,dh}{H} + \frac{S\,dh}{h}$. Das Integral dieser Gleichung, wenn die hinzuzusetzende beständige Größe gehörig bestimmt ist, ist: $v = NS\left(1 - \frac{h}{H}\right) - S\ Log.\ \frac{H}{h} = NS\left(1 - e^{-x:S}\right) - x$. Dieser leztere Ausdruck

in eine unendliche Reihe aufgelöst, bestimmt uns den Werth von v für jedes gegebene x folgender maßen: $v = Nx\left(\frac{N-1}{N} - \frac{x}{2S} + \frac{xx}{6SS} - \frac{x^3}{24S^3} + \frac{x^4}{120S^4} - \frac{x^5}{720S^5} + \text{&c.}\right)$

Auf der Höhe also, wo die Kugel mit der Luft, die sie umgiebt, im Gleichgewicht steht; wo $\frac{H}{h} = N$, und $N\left(1 - \frac{h}{H}\right) = N - 1$, wird die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe $v = S\,(N - Log.\,N^{o}. - 1)$. In unserm Falle, wo $N = \frac{16}{9}$, ist der Coefficient von $S = 0{,}202412$; die Höhe also, die dieser Geschwindigkeit zugehört, $v = 0{,}202412\,f$, das ist, 884 Toisen. Es steigt also der Körper von der Stelle an, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, weiter aufwärts, mit einer Geschwindigkeit von wenigstens 540 Schuhen in einer Sekunde. Erst von dieser Stelle an wird seine beschleunigende Kraft verneint; sie wird durch unendlich kleine Stufen allmählich größer, allein unserer Schwere wird sie nie gleich.

Wäre die Schwere die beschleunigende Kraft, die von der Stelle an, wo der Körper mit der äußern Luft im Gleichgewichte steht, seiner Bewegung entgegen arbeitet, und ihn gegen den Mittelpunkt der Erde zu, abwärts triebe, so würde der Körper mit der erlangten Geschwin-

digkeit, sich von jener Höhe an, noch auf 884 Toisen erheben. In unserm Falle also, da die ihn wirklich zurücktreibende Kraft von o an durch unendlich kleine Stufen steigt, und nie unserer Schwere gleich wird, muß die Höhe, die er mit der empfangenen Geschwindigkeit noch erreichen wird, ungleich größer seyn. Die genauere Bestimmung dieser Höhe x, wo seine Geschwindigkeit völlig aufhört, und von welcher an er wieder im eigentlichen Verstande fallen mußte, hängt von der Gleichung $\frac{x}{2S} - \frac{xx}{6SS} + \frac{x^3}{24S^3} - \frac{x^4}{120S^4} + \frac{x^5}{720S^5} - \frac{x^6}{5040S^6} + \text{ꝛc.} = \frac{N-1}{N}$ ab. In unserm Falle, ist dieses $\frac{N-1}{N} = \frac{7}{16}$. Und, vermöge dieser Gleichung, müßte unsere gesuchte Höhe x wenigstens von sechstausend Toisen seyn.

Ich habe mir nicht die Mühe gegeben, sie genauer zu berechnen: es gründet sich ohnehin die ganze Gleichung auf eine Voraussetzung, die in der Natur nie statt haben kann. Unterdessen ist doch dies eine der Folgen, auf die uns die Hypothese führen muß, daß die Luft unserer Maschine nicht widersteht. Sie ist ganz gegen alle Wahrscheinlichkeit; denn es muß hier jeder aufmerksame Kenner der Naturlehre erwarten, daß die Kugel dort aufhören wird, sich zu bewegen, wo sie mit der äußern Luft im Gleichgewichte steht: und auf diesen Lehrsatz führt uns auch unsere Rechnung, wenn auf den Widerstand der

Luft dabey Rücksicht genommen wird, dessen Wirkung hier alle unsere Resultate verändert.

Zehnter Abschnitt.

Widerstand der Luft.

Der Widerstand der Luft ist nach der Theorie der beschleunigenden Kräfte das zweyte Verdienst, das die Mechanik beynahe allein Neuton's unerschöpflichem Erfindungsgeiste zu verdanken hat. Es ist uns in mehr als einer Absicht nothwendig ihn genau zu kennen. Auf ihm beruht die Bewegung eines Körpers im Wasser, und eben so die Kraft des Stoßes, den er aushalten muß, wenn nicht er, sondern das Wasser sich bewegt; und aus dieser Ursache ist der Widerstand flüssiger Materien die Grenze, wo Mechanik und Hydrodynanik in eines zusammen fließen. Der Widerstand der Luft ist freylich unter gleichen Umständen gegen den Widerstand des Wassers für nichts zu rechnen; allein es sind doch zwey Fälle, wo unsere Rechnung uns weit von dem geraden Wege abführen würde, wenn wir auf ihn keine Rücksicht nehmen wollten.

Den ersten fand bisher der Mechaniker gegen alle seine Erwartungen in der Bewegung der Körper, die vermöge der Wirkung des groben Geschützes, mit einer Geschwindigkeit, die sogar dem Schalle voreilt, durch die Atmosphäre geführt werden. Da das Eisen, die gewöhnlichste Materie

aus der zu dieser Bestimmung die Kugeln verfertigt werden, wenigstens 6000 mal schwerer als die Luft ist, so hätte gewiß die Theorie über die Bewegung dieser Kugeln nicht erwartet, daß durch die Vernachläßigung des Widerstandes der Luft die Schlüsse, auf die uns die Rechnung führte, merklich von der Erfahrung abweichen sollten. Allein es ist durch die leztere nur allzu sehr bewiesen, daß ihre Abweichungen von der Theorie etwas mehr als bloße Differentiale sind; sie sind so ungeheuer groß, daß wenn nicht die außerordentliche Geschwindigkeit, mit der sich die Kugel in diesem Falle bewegt, für uns noch die einzige Ausflucht wäre, man in allem Ernste noch erst fragen müßte, ob die Gesetze unserer Schwere auch wirklich diejenigen sind, durch die das Andenken des Galilai unvergeßlich worden ist. Der vereinigte Fleiß der Mathematiker unsers Jahrhunderts hat sich bisher vergebens angestrengt, die Wirkungen des Widerstandes der Luft für diesen Fall ganz ins Reine zu bringen; noch immer hat die Theorie an dem, was über diese Sachen geschrieben worden ist, ungleich mehr Antheil als die Erfahrung. Der Fehler liegt nicht an der Unvollkommenheit unserer Rechnung; denn so zusammengesetzt die Aufgabe auch immer seyn mag, so wäre doch unsere Analysis noch reif genug für sie; sondern es fehlen uns noch die Versuche; es fehlen uns die Kenntnisse, für die unsere Physik bisher noch zu unausgebildet

war, und bey welchen sich die Mathematik auf diese unvollkommene Physik zu sehr verlassen hat.

Der zweyte Fall, mit dem sich die Mathematik bisher noch nicht beschäftigt hatte, ist derjenige, wo ein Körper vermöge seiner eigenen specifischen Leichtigkeit aufwärts steigt, und ohne alle Mitwirkung irgend einer bewegenden Kraft von einer beschleunigenden Kraft getrieben wird, die der Schwere entgegengesetzt ist, und deren Verhältnis zu ihr in jedem Falle durch unmittelbare Versuche bestimmt werden kann. Ob wir in der Auflösung dieser Aufgabe glücklicher seyn werden, als in der vorigen, dies muß erst durch die Reihe von noch nie angestellten Versuchen entschieden werden, welcher seit neun Monaten die Mathematik und die Physik mit Ungeduld entgegen sieht. Es läßt uns aber der sehr mäßige Grad von Geschwindigkeit, mit dem unsere aerostatischen Kugeln bewegt werden, mit allem Rechte erwarten, daß die Resultate unserer Rechnung von der Wirklichkeit der Sache in einem ungleich geringern Grade verschieden seyn können.

Der Widerstand der Luft giebt uns einen neuen Beweis von der Unvollständigkeit unserer Kenntnisse; er überzeugt uns, wie wenig wir fähig sind, die Kräfte, die in der Natur vorkommen, in Klassen einzutheilen, und die Karaktere festzusetzen, die jeder unter ihnen eigen sind. Wir haben im vorigen Abschnitte nur von zweyen

Kräften von der bewegenden und von der beschleunigenden geredet; und die Theorie von beyden ist auch wirklich die allgemeine Quelle, aus der unsere ganze Wissenschaft bisher hergeleitet worden ist. Gleichwohl ist die Natur weit entfernt, sich an unsere eingeschränkte Klassifikation zu binden, und die Wirkungen des Widerstandes der Luft machen eine neue Kraft aus, die weder die eine noch die andere von ihnen ist, die zwar mit beyden manches gemein hat, die aber auch durch die wesentlichsten Karaktere von beyden unterschieden ist.

Der Widerstand der Materie, in der sich ein Körper bewegt, hat ihre Trägheit zur Ursache. Der Körper, der sich in ihr bewegt, muß Theile von ihr aus dem Platze treiben, und da diese Theilchen körperlich sind, und Trägheit mit eine der allgemeinen Eigenschaften der Körper ist, so wird ein Theil der Kraft, mit der sich der Körper bewegt, angewendet werden, um die Wirkung dieser Trägheit zu vereiteln; es wird eben das geschehen, was geschehen würde, wenn eine andere Kraft nach entgegengesetzter Richtung seine Bewegung verminderte.

Dem ruhenden Körper widersteht die Materie nicht: gleichwohl wirkt auf den ruhenden Körper die beschleunigende Kraft eben so wohl, als auf den bewegten; auch die bewegende wirkt auf ihn, denn sie wirkt nur in dem einzigen Falle nicht auf den Körper, wenn dieser nach eben der Richtung mit eben der Geschwindigkeit

schon wirklich bewegt wird, die ihm die bewegende Kraft mitgetheilt hätte. Allein schon der Gedanke wäre ungereimt, daß dem ruhenden Körper die ruhende Materie widerstehen sollte; denn das einzige, dem sie widerstehen kann, ist eben die Bewegung. Hierin ist also schon der Widerstand der Materie von der bewegenden und der beschleunigenden Kraft wesentlich unterschieden.

Der Widerstand der Materie wirkt nur nach einer Richtung, nach derjenigen nemlich, die der Richtung des bewegten Körpers entgegengesetzt ist. Allein die bewegende und beschleunigende Kraft wirken nach allen Richtungen; ein zweytes karakteristisches Kennzeichen des Widerstandes.

Der Widerstand der Materie erzeugt niemal Bewegung, wo keine ist; er vermehrt auch nie die Bewegung, die schon ist; sondern in allen Fällen äußern sich seine Wirkungen dadurch, daß durch ihn die Bewegung vermindert wird. Bey der bewegenden und beschleunigenden Kraft finden wir dieses nicht; gleich geschickt, Bewegung zu vermehren und zu vermindern, wird es von der Richtung des Körpers abhangen, der sich bewegt, ob ihre Wirkung auf ihn Vermehrung oder Verminderung der Geschwindigkeit seyn soll. Dies ist also das dritte unterscheidende Kennzeichen des Widerstandes.

Der Widerstand der Materie hängt von dem Verhältnisse ab, indem ihre Dichtigkeit und die Dichtigkeit des bewegten Körpers untereinander stehen. Je gröſer die

leztere im Verhältnisse mit der erstern ist, desto größer wird das Uebergewicht seyn, das der Körper über die Materie hat, und desto weniger wird also die Materie dem Körper widerstehen. Allein je größer die Dichtigkeit der Materie im Verhältnisse mit der Dichtigkeit des Körpers ist, desto weniger Kraft wird auf der Seite des Körpers, desto mehr auf der Seite der Materie seyn; und desto fähiger wird also die leztere seyn, der Bewegung des erstern im Wege zu stehen. Dies hat der Widerstand mit der bewegenden Kraft, aber nicht mit der beschleunigenden gemein, deren Wirkungen von der Dichtigkeit des Körpers, auf den sie wirkt, ganz unabhängig sind.

Allein auch von der Dichtigkeit des Körpers hängt der Widerstand, den er fühlt, nicht allein ab, denn es beruht dieser leztere auch zum Theile auf der Größe der Fläche, die der Materie von der Seite her ausgesetzt ist, nach der der Körper bewegt wird. Von zweyen Körpern, die gleiche Dichtigkeit und auch gleiche Massen haben, wird der Widerstand der Materie auf denjenigen der gröste seyn, der ihr eine größere Oberfläche darbeut, auf die sie wirken kann. Und unter zweyen Körpern, die gleich dicht sind, und die auch mit gleichen Oberflächen der Materie entgegen bewegt werden, wird derjenige dem kleinsten Widerstande ausgesetzt seyn, der unter diesen Einschränkungen dte gröste Masse besitzt. Gesetzt, es

bewege sich in der Materie ein cylindrischer oder stangenförmiger Körper, so wird ihm die Materie am wenigsten widerstehen, wenn seine Axe zugleich die Richtung ist, nach der er bewegt wird; der Widerstand wird am grösten seyn, wenn die Richtung auf seiner Axe senkrecht aufsteht; und eben dieser Cylinder, der nach der Richtung seiner Axe sich bewegt, wird einen stärkern Widerstand empfinden, als ein anderer, der bey gleicher Dichtigkeit, bey gleicher Oberfläche, bey gleicher Geschwindigkeit, und bey der nemlichen Richtung seiner Bewegung eine größere Länge und also auch mehr Masse hätte, mit der er der Materie entgegen wirken könnte. So eingeschränkt ist die Wirkung der bewegenden und der beschleunigenden Kraft nicht, denn selbst die erstere hängt zwar von der Masse des Körpers, aber nicht von seinem Volumen ab.

Es ist ferner der Widerstand der Materie verschieden, nach der Gestalt der Oberfläche, die ihr ausgesetzt ist. Unter sonst gleichen Umständen ist der Widerstand auf die Oberfläche der stärkste, die auf der Richtung des Körpers senkrecht aufsteht; und sie wird um so viel geringer seyn, je kleiner das Quadrat des Sinus des Winkels ist, den die ebene Fläche des Körpers mit der Richtung macht, nach der er bewegt wird. Es wird unter sonst gleichen Umständen der Widerstand anders seyn auf den senkrechten, anders auf den schiefen Cy-

Kinder, anders auf die Pyramide, anders auf den Kegel, und anders auf die Kugel. Es ist eines der berühmtesten Probleme der Mechanik, den Widerstand auf die Oberfläche, wenigstens der Körper, zu bestimmen, die durch die Umdrehung einer Figur um ihre Axe entstanden sind; und nach dieser Theorie sollte der Widerstand auf eine Kugel die Hälfte von demjenigen seyn, den der gröste Kreis der Kugel empfinden würde. Allein die neuern Versuche bestätigen diesen Lehrsatz nicht; ein Beweis, daß hier die Theorie noch nicht in Richtigkeit gebracht ist, und daß die Gründe, auf denen sie beruhen sollten, noch nicht entschieden sind.

Endlich hängt noch die Stärke des Widerstandes von der Geschwindigkeit ab, mit der der Körper bewegt wird; denn je größer diese ist, um so viel mehr muß er in der nemlichen Zeit Theile der Materie aus dem Platze treiben, die vermöge ihrer Trägheit ihm widerstehen. Es ist das Gesetz des Widerstandes in Rücksicht auf die Geschwindigkeit eine Sache, die die Mathematik durchaus als bekannt annehmen muß, indem ohne sie auch nur an den Schatten einer Theorie über die Bewegung nicht gedacht werden könnte; allein vergebens würde sie dieses von der Theorie erwarten, die Erfahrung muß hier den Ausspruch thun.

In der leztern Hälfte des vorigen Jahrhunderts herrschte noch das allgemeine Vorurtheil in der Mathematik, von

dem selbst der große Huyghens nicht frey war, daß der Widerstand der Geschwindigkeit selbst proportional seye. Neuton, der bey seinem großen Geiste sich immer gern zu Versuchen herabließ, so oft ohne sie die Wahrheit nicht entschieden werden konnte, gründete auf die große Menge der Versuche, die er angestellt hatte, den Lehrsatz fest, daß der Widerstand dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional seye. Und in unserm Jahrhunderte ist nicht sowohl durch Neuton's Ansehen, als vielmehr durch eine wiederholte Erfahrung, die Wahrheit des Neuton'schen Satzes bestätigt und durch unsere ganze Mathematik und Physik allgemein worden. Es empfiehlt sich dieses Gesetz durch die Wahrscheinlichkeit, und durch den Beyfall, den ihm die Theorie giebt; denn wirklich führt uns auf dasselbe unsere längst entschiedene Lehre vom Stoße der Körper. Es empfiehlt sich durch die Bequemlichkeit der Rechnung, indem beynahe alle Probleme, die ohne die Voraussetzung des Widerstandes der Materie, Bewegungen der Körper berichtigen sollen, auch unter der Voraussetzung möglich sind, daß dieser Widerstand sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit verhalte; die Berechnung wird zwar mühsamer; die Gleichungen werden verwikelter, allein die Auflösung hört doch nie auf möglich zu seyn, da sie in den meisten andern Fällen unmöglich wäre.

Und doch ist es nur bey mittelmäßig großen Graden der Geschwindigkeit wahr, daß ihr Quadrat sich wie der Widerstand verhalte. Bey sehr schnellen Bewegungen, so wie die der Kanonenkugeln sind, ist es ohnehin längst entschieden, daß das Verhältnis zwischen dem Widerstande und dem Quadrat der Geschwindigkeiten, weit davon entfernt sey beständig zu seyn, daß es vielmehr von der Mitwirkung sehr vieler Umstände abhange, die die Physik noch nicht kennt, und die daher die Mathematik noch nicht den Gesetzen der Rechnung unterwerfen konnte. Allein selbst auf der entgegesetzten Grenze der Bewegung sind Abweichungen da, die den Mathematiker eben so sehr als jene erstere in Verlegenheit setzen müssen.

Durch eine lange Reihe von Versuchen mit dem Pendul bemerkte **Neuton** gegen seine Erwartung, daß bey sehr kleinen Schwingungen desselben alle Folgen, die die Rechnung aus seiner angenommenen und dnrch eigene Versuche entschiedenen Hypothese hergeleitet hatte, daß nemlich der Widerstand dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional seye, von der Erfahrung merklich sich entfernten. Er wurde durch sie nur zu sehr überzeugt, daß eigentlich der Widerstand wenigstens von zwey Ursachen herrühre, davon nur die eine dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional seye, die andere aber einem ganz andern Gesetze folgen müsse; daß die Wirkungen dieser Jeztern bey ziemlich schnellen Bewegungen nicht bemerkt

werden könnten, bey sehr langsamen Bewegungen aber merklich würden, und dies in einem solchen Grade, daß alsdann das Verhältnis der Quadrate der Geschwindigkeiten gar nicht mehr zum Vorschein kommen könne. Und dieser andere Theil des Widerstandes war es, der alle Bemühungen Neuton's, sie zu berichtigen, vergeblich machte. Es war umsonst, daß er ihn der Geschwindigkeit, es war umsonst, daß er ihn der Zeit proportional setzte; und er sahe sich genöthigt, die Theorie über diese Versuche einem reifern Alter der Naturlehre zu hinterlassen.

Nach allem dem was ich bisher über den Widerstand gesagt habe, daß seine Wirkungen von der Dichtigkeit der Materie, die widersteht, von der Dichtigkeit des Körpers, der bewegt wird, von seiner Masse, von seiner Oberfläche, von seiner Geschwindigkeit, und selbst von seiner Gestalt abhange, ist es nur zu sehr entschieden, daß die Kraft des Widerstandes relativ seye. Allein man würde sich sehr irren, wenn man ihn der bewegenden Kraft gleich setzen, und seine Wirkungen nach den Gesetzen der bewegenden Kraft beurtheilen wollte. Es sind noch zwey Umstände da, wodurch die Frage, ob der Widerstand nach den Gesetzen der beschleunigenden oder bewegenden Kraft geschätzt werden müsse? ganz zum Vortheile der erstern entschieden wird.

Die bewegende Kraft bringt in dem Augenblicke, wo sie wirkt, in dem Körper eine endliche Geschwindigkeit,

sie bringt auf einmal die ganze Wirkung hervor, der sie fähig ist. Allein die Wirkung des Widerstandes hängt von der Zeit ab, in der sie wirkt; er wird in dem ersten unendlich kleinen Zeittheilchen die Geschwindigkeit des Körpers nur um ein unendlich kleines vermindern; und der Raum, den der Körper nun weniger beschreibt, als er ohne ihn beschrieben hätte, wird ein unendlich kleines der zweyten Ordnung seyn. Hierin also ist der Widerstand der Materie der beschleunigenden Kraft zwar entgegengesetzt, allein er gehört offenbar mit ihr in die nemliche Klasse von Kräften.

Die bewegende Kraft wirkt nur einen Augenblick lang, und dann hört ihr ganzer Einfluß auf den einmal in Bewegung gesetzten Körper völlig auf. Der Widerstand der Materie aber ist beständig, er wirkt auf den Körper in dem zweyten Zeittheilchen so, wie im ersten, und im dritten so, wie im zweyten. Der Widerstand der Materie verläßt den Körper nicht, der sich in ihr bewegt; und so erfährt dieser in einer endlichen Zeit, durch lauter unendlich kleine Stuffen eine endliche Verminderung seiner Geschwindigkeit, vollkommen so, wie er sie von einer beschleunigenden Kraft würde erhalten haben, die, seiner Richtung entgegengesetzt, auf ihn gewirkt hätte.

Der Widerstand der Luft muß also nach der allgemeinen Theorie der beschleunigenden Kräfte beurtheilt werden, nur mit der Vorsicht, daß seine Geschwindigkeit ein

Bestandtheil der Differentialgleichung seye, durch die das Verhältnis zwischen Geschwindigkeit und Raum bestimmt wird. Und nun muß die Analysis ein Mittel ausfindig machen, den Widerstand der Materie vollkommen so, wie jede andere beschleunigende Kraft, mit der Kraft unserer Schwere zu vergleichen.

Da die Stärke des Widerstandes von seiner Geschwindigkeit abhängt, da sie dem Quadrate der Geschwindigkeit und also der Höhe proportional seyn muß, der die Geschwindigkeit zugehört; so wird in allen Fällen, wo ein gewisser Körper sich in einer gewissen Materie bewegt, ein gewisser Grad von Geschwindigkeit angegeben werden können, mit der der Körper bewegt werden müßte, um von der Materie völlig eben die Stärke des Widerstandes zu empfinden, als wenn er von unserer natürlichen Schwere niederwärts gedrückt würde. Mit dieser Geschwindigkeit wird er in dem ersten unendlich kleinen Zeittheilchen völlig eben den Raum weniger beschreiben, als er mehr würde beschrieben haben, wenn unsere Schwere frey ohne allen Widerstand auf ihn gewirkt hätte.

Dies ist nun der Grad der Geschwindigkeit, der bey allen unsern künftigen Rechnungen zum Grunde liegen wird. Die ihm zugehörige Höhe seye $= Q$, und dieses Q soll künftig unser **Exponent des Widerstandes** seyn. Dies ist die Linie, die in jedem Falle, wo sich ein Körper in einer Materie bewegt, wo Körper und Materie gegeben

sind, und wo nun seine Bewegung berichtigt werden soll, vor allen Dingen entschieden seyn muß.

Es habe also ein Körper, er bewege sich in einer widerstehenden Materie, nach welchen Gesetzen er will, die Geschwindigkeit, die der Höhe V zugehört, und der Exponent des Widerstandes seye Q. Wäre Q die Höhe, die seiner Geschwindigkeit zugehörte, so würde die Kraft des Widerstandes, der auf ihn wirkt, unserer Schwere gleich und also 1 seyn. Nun ist es nicht Q, sondern V; und der Widerstand verhält sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Es ist also der Widerstand, den er jezt bey der Geschwindigkeit $\sqrt{V}$ empfindet, zu dem, den er mit der Geschwindigkeit $\sqrt{Q}$ empfunden hätte, $= V : Q$; und da der leztere der Einheit gleich gesetzt wird, so ist der erstere $= \frac{V}{Q}$.

So wäre denn nun die Kraft, mit der die flüssige Materie dem Körper widersteht, völlig so ausgedrückt, wie nach den Forderungen einer aufgeklärten Mechanik jede beschleunigende Kraft ausgedrückt seyn soll; sie stellt einen Bruch vor, dessen Zähler die absolute Größe des Widerstandes, und dessen Nenner unsere natürliche Schwere ist; sie wird durch eine Zahl vorgestellt, bey der unsere natürliche Schwere die Einheit ist, und die nun dieser Einheit gleich, größer und auch kleiner als sie seyn kann. Die specifische Leichtigkeit der

Kugel haben wir schon vorhin durch N — 1 ausgedrückt, das ist, durch eine Zahl, bey der unsere natürliche Schwere auch die Einheit vorstellt. Diese Kraft also um die erstere vermindert, wird die wahre beschleunigende Kraft seyn, mit der die Kugel aufwärts steigen muß, so lange sie leichter ist als die gemeine Luft, deren Volumen dem ihrigen gleich kömmt; und diese Kraft, die künftig ein Hauptbestandtheil unserer Theorie seyn wird, ist $N - 1 - \frac{V}{Q}$.

Auf den Exponenten des Widerstandes Q fällt nunmehr alles zurück, was nur immer die Dichtigkeit der Materie, die Dichtigkeit der Kugel, ihre Masse, ihr Volumen, die Oberfläche, die sie der Materie darbeut, die Lage, die Gestalt, und die Krümmung dieser Oberfläche, jeder aller dieser Umstände für sich ins besondere, zur wahren Bestimmung der Größe des Widerstandes beytragen kann. Wir müssen jezt Theorie und Erfahrung zu Hilfe nehmen, um für jeden besondern Fall, der sich uns darbeut, und wo alle diese Umstände gegeben sind, aus ihnen den Exponenten des Widerstandes aufs genaueste zu bestimmen; und wenn dieser einmal entschieden ist, so ist auch die beschleunigende Kraft entschieden, mit der unsere Kugel bewegt wird, und die ganze Theorie seiner Bewegung, so zusammengesetzt diese leztere auch immer sey, ist alsdann nur noch das Werk einer feinen Analysis.

Ich muß mich in diesem Werke nur auf den Fall einschränken, wo der Körper, der sich bewegt, ein runder Körper, das heißt, ein solcher ist, der durch Umdrehung einer gewissen ebenen Figur, um eine gewisse gerade Linie erzeugt wurde, und wo die Richtung, nach der er bewegt wird, seine Axe selbst ist. Andere Fälle giengen zwar nicht ganz über die Grenzen der Mechanik und Analysis hinaus; allein sie wären doch viel zu weitläufig, um der Länge nach in einem Werke entwikelt zu werden, dessen Aufschrift wenigstens keine vollständige Theorie des Widerstandes ankündiget.

Der einfachste und leichteste Körper unter diesen, und derjenige zugleich, auf den sich alle unsere über den Widerstand angestellte Versuche unmittelbar beziehen, ist der senkrecht auf seiner Grundfläche aufstehende Cylinder. Der Gedanke war sehr natürlich, die absolute Größe des Widerstandes einem Cylinder gleich zu setzen, aus eben der flüssigen Materie, als diejenige, in der der Körper bewegt wird, der die Grundfläche unsers Cylinders auch zu seiner Basis, und nun noch eine gewisse Höhe haben sollte, die von der Geschwindigkeit des Körpers abhangen, allein durch Versuche, obgleich mit Zuziehung einer sehr feinen Theorie, entschieden werden müßte.

Die leztere allein, die aber in Materien dieser Art dem Physiker immer verdächtig seyn muß, scheint uns darauf

zu führen, daß diese Höhe die doppelte von der seye, von der der Körper gefallen seyn müßte, um durch seinen Fall die Geschwindigkeit zu erhalten, mit der er wirklich bewegt wird. Sie setzt in dem besondern Falle, wo die Materie elastisch, und von der Art unserer Luft ist, noch hinzu, das die Stärke des Widerstandes doppelt so groß; und also die Höhe des Prisma, wodurch der Widerstand gemessen werden soll, viermal so groß seyn müßte als die Höhe, der die Geschwindigkeit des Körpers zugehört. Dies ist die Theorie, die **Dalambert**, **Bezout** mit noch vielen Mathematikverständigen unsers Jahrhunderts in ihren Werken angenommen haben.

Neuton wurde durch Theorie und Versuche gelehrt, daß die Höhe unsers Cylinders die Höhe selbst seyn müsse, der die Geschwindigkeit des Körpers zugehört; und daß auch auf elastischen Materien diese Bestimmung ausgedehnt werden müsse. Ich führe dieses nur an, um zu zeigen, wie wenig hier selbst die grösten Männer unter sich übereinstimmen, die die ganze Geschichte unserer Wissenschaft aufzuweisen hat. Es bleibt uns bey dieser Ungewißheit nichts übrig, als die Zahl allgemein auszudrücken, durch die das Verhältnis zwischen der Höhe unsers Cylinders und der Höhe, welcher die Geschwindigkeit des Körpers zugehört, entschieden werden muß, und unsere Rechnung so einzurichten, daß ihre Resultate auf jeden bestimmten Werth unsers allgemein angenommenen Coefficienten leicht angewandt werden könne.

Es seye demnach die specifische Schwere der Materie, in der der Cylinder bewegt wird, = F; die Oberfläche, = B; die Höhe, der seine Geschwindigkeit zugehört, = V, und die Höhe, die ein Prisma von derselben flüssigen Materie haben müßte, um bey gleicher Grundfläche der Stärke des Widerstandes gleich zu seyn, = nV; n ist hier der beständige Coefficient, der noch erst durch Versuche entschieden werden muß. So ist der körperliche Inhalt unsers Cylinders = n B V; und sein Gewicht = n F B V.

Es werden durch diese leichte Formel schon mehrere Lehrsätze entschieden, die in sehr vielen Lehrbüchern unserer Mechanik stehen.

Bey gleicher Oberfläche und Dichtigkeit unserer Materie verhält sich die Stärke des Widerstandes wie die Höhe, der die Geschwindigkeit zugehört; dies ist ein Gesetz, das bey Bewegungen, die nicht zu langsam und nicht zu schnell sind, durch Theorie und Erfahrung entschieden zu seyn scheint.

Bey gleicher Geschwindigkeit und Oberfläche verhält sich die Stärke des Widerstandes wie die Dichtigkeit der Materie. Dieses Gesetz ist schon ungleich zweifelhafter als das vorhergehende, durch die Versuche des Ritters von Borda wenigstens wird es nicht bestätigt; und es scheint, daß jede Materie ihren besondern Coefficienten n hat, der nicht anders als durch Versuche entschieden werden kann.

Bey gleicher Geschwindigkeit verhält sich die Stärke des Widerstandes, mit der die nemliche Materie Cylindern von verschiedener Oberfläche widersteht, wie ihre Oberfläche. Auch die Bestätigung dieses Gesetzes fand Borda in seinen Versuchen nicht; allein ich finde mich sehr geneigt, hierin seine Versuche wenigstens für unrichtig zu halten; das Gesetz ist zu natürlich, um nicht wahr zu seyn.

Unsere Formel für die absolute Stärke des Widerstandes $nFBV$ ist nun erst noch der Zähler eines Bruchs, dessen Nenner die Masse des bewegten Körpers seyn muß, und dann erst wird das Verhältnis zwischen dem Widerstande und unserer natürlichen Schwere entschieden seyn; diese leztere ist alsdann die Einheit, und die erstere ist eine Zahl, die für jeden Körper, für jede flüssige Materie, und für jeden Grad der Geschwindigkeit uns anzeigen wird, ob der Widerstand unserer Schwere gleich, ob er größer oder kleiner als sie seye, und überhaupt in welchem Verhältnisse er mit ihr stehe; und dieses Verhältnis muß uns dann auf den Exponenten des Widerstandes führen.

Es seye demnach noch die specifische Schwere des bewegten Cylinders $= S$, die Länge seiner Axe $= C$, nnd seine Grundfläche, wie vorhin, $= B$, sein körperlicher Inhalt ist nun $= BC$, und seine Masse $= SBC$. Die Stärke des Widerstandes also, mit unserer natürlchen

Schwere verglichen, ist durch den Bruch ausgedrückt, $\frac{nVF}{CS}$: Die Oberfläche des Körpers fällt aus dem Ausdrucke der Stärke des Widerstandes ganz weg, so bald er relativ genommen wird, in dem Verhältnisse nemlich, in dem er mit der Schwere steht.

Der relative Widerstand also, dem der nemliche Cylinder ausgesetzt ist, in dem er sich durch flüssige Materien von verschiedener Dichtigkeit bewegt, steht mit dieser Dichtigkeit in einem beständigen Verhältnisse.

Cylinder von gleicher Länge, die aber in ihrer specifischen Schwere unter sich verschieden sind, sind, so lange sie in der nemlichen flüssigen Materie bewegt werden, einem relativen Widerstande ausgesetzt, der sich umgekehrt verhält, wie ihre specifische Schwere.

Cylinder endlich von ungleicher Länge, die aber aus der nemlichen festen Materie bestehen, und in dem nemlichen flüssigen Körper bewegt werden, sind einem relativen Widerstande unterworfen, der mit der Länge ihrer Axe im umgekehrten Verhältnisse steht. Bey dem relativen Widerstande also macht die Axe des Cylinders allerdings eine Verschiedenheit; denn es muß seine Masse mit in Rechnung gezogen werden, wenn der Widerstand, dem er ausgesetzt ist, mit der Kraft der Schwere verglichen werden soll, die sich verhält wie seine Masse.

Nach dieser Vorbereitung ist nun die nähere Bestimmung des Exponenten des Widerstandes nicht den geringsten Schwierigkeiten mehr unterworfen. Unter allen Höhen V, denen die unendlich vielen Grade von Geschwindigkeit zugehören, mit welchen ein Körper in einer widerstehenden Materie bewegt wird, und in ihr Punkt vor Punkt vorwärts geht, wird diejenige der Exponent des Widerstandes seyn, für welche der absolute Widerstand der Materie, unserer Schwere gleich; und das, was wir den relativen Widerstand genannt haben, und das keine Kraft mehr, sondern eine Zahl, ein bloses Verhältnis ist, der Einheit gleich wird. Die Gleichung also, von der der Exponent des Widerstandes Q abhängt, ist folgende: $\frac{n\,Q\,F}{C\,S} = 1$. Es ist demnach $Q = \frac{C\,S}{n\,F}$. Das heißt: die specifische Schwere der flüssigen Materien, die dem Körper widersteht, verhält sich zur specifischen Schwere des Körpers, der in ihr bewegt wird, wie die Axe des Cylinders durch n dividirt, zum Exponenten des Widerstandes. Unter der Voraussetzung also, daß der Coefficient n, wo nicht der Einheit gleich, doch wenigstens für alle flüssigen Materien beständig seye, haben folgende Lehrsätze statt.

Bewegen sich Cylinder von gleicher specifischen Schwere in flüssigen Materien von ungleicher Dichtigkeit, so verhält sich der Exponent des Widerstandes umgekehrt,

wie diese. Und blos unter dieser Einschränkung ist es wahr, was Euler in seiner Mechanik sagt, daß der Exponent des Widerstandes im Quecksilber kleiner seye, als im Wasser, daß er überhaupt mit der Dichtigkeit der flüssigen Materie im umgekehrten Verhältnisse stehe, und daß aus ihm dieselbe Dichtigkeit bestimmt werden könne. Es verhält sich wirklich so; allein es wird dabey vorausgesetzt, daß es der nemliche Körper und zwar ein Cylinder seye, der in verschiedenen flüssigen Materien bewegt wird; oder daß wenn es Cylinder von verschiedener Länge und von verschiedener Dichtigkeit sind, ihre Axen mit ihren specifischen Schweren im umgekehrten Verhältnisse stehen; und daß außerdem unser Coefficient n beständig seye.

Sind es Cylinder von gleicher Länge, aber von verschiedener specifischer Schwere, die sich in der nemlichen flüssigen Materie bewegen, so verhält sich der Exponent des Widerstandes wie ihre specifische Schwere. Er wird also für Gold sehr groß, für Eisen kleiner, für Holz noch geringer, und für unsere aerostatische Kugel so klein seyn als er nur immer kann. Der Exponent des Widerstandes verhält sich ferner wie die specifische Schwere des bewegten Cylinders, wenn sich zwar Cylinder von ungleicher Länge in flüssigen Materien von ungleicher Dichtigkeit bewegen, aber so, daß ihre Axen sich unter einander verhalten wie die specifischen Schweren der Materien, in welchen die Bewegung vorgeht.

Sind es endlich Cylinder von ungleicher Länge, aber die aus der nemlichen festen Materie zubereitet sind, und die in eben der flüssigen Materie bewegt werden, so verhält sich der Exponent des Widerstandes, wie die Axe des Cylinders.

Der Exponent des Widerstandes wird sich noch in einem Falle wie die Axe des Cylinders verhalten. Es ist derjenige, wo Cylinder von verschiedener Dichtigkeit, in flüssigen Materien von verschiedener specifischer Schwere bewegt werden, wo aber die eine mit der andern in einem beständigen Verhältnisse steht. Und dies sind nun die allgemeinen Gesetze, nach denen der Exponent des Widerstandes aus seiner Axe, seiner specifischen Schwere und der specifischen Schwere der Materie, in der der Körper bewegt wird, bestimmt werden muß, so lange dieser Körper ein Cylinder ist, und zwar ein auf seiner Grundfläche senkrecht aufstehender Cylinder, der nach der Richtung seiner Axe bewegt wird.

In allen übrigen Fällen muß vor der Anwendung dieser Theorie eine Reduktion vorangehen. Ist es zwar kein Cylinder, aber doch ein runder Körper, das ist, ein Körper, der eine Axe hat, und der von jeder Ebene, die durch diese Axe geht, in gleiche und ähnliche Hälften getheilt sind; so muß nach der Theorie des schiefen Stoßes die Größe des Widerstandes zuvor besonders berechnet werden; und dieser Widerstand wird nicht der nemliche

seyn, als er alsdann wäre, wenn der Körper unter gleicher Masse die Gestalt eines Cylinders hätte, dessen Basis die Fläche seines grösten Kreises wäre; sondern ersterer wird mit dem leztern in einem beständigen Verhältnisse steh'n. Ist dieses Verhältnis einmal bestimmt, und verhält sich zum Beyspiele der erstere zum leztern wie $m : 1$, so muß nun die Are eines Cylinders von gleicher Materie und von gleicher Masse bestimmt werden, dessen Basis sich zur Fläche des grösten Kreises im gegebenen Körper verhält, wie $m : 1$; und für diesen Cylinder wird alsdann die Größe des Widerstandes eben die seyn, die sie für den gegebenen Körper wäre.

Zum Unglüke ist unsere Theorie des schiefen Stoßes noch sehr weit davon entfernt, uns Resultate zu geben, die mit der Erfahrung übereinstimmen. Nach der Theorie sollte der Widerstand, der auf die erhabene Fläche der Kugel ausgeübt wird, die Hälfte von dem seyn, dem unter gleicher Masse ihr gröster Kreis ausgesetzt wäre: allein die Versuche des Ritters von Borda sind diesem großen Neuton'schen Ausspruche entgegen; aus ihnen scheint eher zu folgen, daß der Widerstand auf die Kugel nicht die Hälfte, sondern zwey Fünftheile von dem beträgt, der auf ihren grösten Kreis ausgeübt würde. Es mag nun diese Frage entschieden seyn oder nicht, so muß wenigstens ein allgemeiner Ausdruk von dem Verhältnisse in unsere Rechnung gebracht werden, das zwischen

dem Widerstande auf die Fläche der Kugel und dem auf ihren grösten Kreis ist, damit unsere Theorie leicht auf alle mögliche vorkommende Fälle angewandt werden könne.

Es verhalte sich demnach der Widerstand auf die Kugel zum Widerstande auf ihren grösten Kreis wie $m : 1$; und der Halbmesser der Kugel $= r$: so wird ihr grösster Kreis $= \pi r r$, ihr körperlicher Inhalt $= \frac{4 \pi r^3}{3}$, und die Grundfläche des Cylinders, der ihr an Masse gleich, eben dem Widerstande ausgesetzt seyn soll, $= \pi m r r$; die Axe dieses Cylinders also $= \frac{4 r}{3 m}$. Der ganze Exponent des Widerstandes $= \frac{4 r S}{3 m n F}$. Es verhält sich also die Dichtigkeit des flüssigen Körpers zur Dichtigkeit der Kugel, wie der ganze Ausdruk $\frac{4 r}{3 m n}$ zum Exponenten des Widerstandes, den die Materie auf die Kugel ausübt. Er wird unbestimmt seyn, so lang die Coefficienten m und n es sind; und dies ist auch das einzige, was in allen Rechnungen unbestimmt bleiben wird. Ich werde um sie allgemein zu machen, gar nicht mehr den Halbmesser der Kugel in die Rechnung zu bringen, sondern vielmehr ihn mit dem Verhältnisse $\frac{4}{3 m n}$ multiplicirt. Es seye demnach $\frac{4 r}{3 m n} = R$.

Wir kommen allmählig unserm großen Ziele näher. Den Bruch, dessen Zähler die Dichtigkeit der Kugel, wenn sie bey gleicher Masse durchaus gleichartig wäre, und dessen Nenner die Dichtigkeit der umgebenden Luft ist, haben wir schon oben bestimmt; er ist $= \frac{1}{N}$, auf dem Horizonte, wo die Barometerhöhe $= H$ ist; und $\frac{H}{N h}$, auf der Höhe x, wo die Barometerhöhe $= h$ ist. Es ist demnach auf dem Horizonte unser Exponent des Widerstandes $= \frac{R}{N}$; und auf der Höhe x ist dieser Exponent $= \frac{R H}{N h}$. Der ganze relative Widerstand also, im Verhältnisse mit unserer Schwere, wird seyn auf dem Horizonte, $\frac{N v}{R}$; und auf der Höhe $x = \frac{N h v}{R H}$. In beyden Ausdrüken ist v die Höhe, der die Geschwindigkeit zugehört.

Die beschleunigende Kraft, im Verhältnisse mit unserer Schwere, mit der die Kugel aufsteigt, ist auf dem Horizonte $= N - 1$; und auf der Höhe $x = \frac{N h}{H} - 1$. Die ganze beschleunigende Kraft also, mit der die Kugel aufwärts steigt, und die gleich seyn muß der specifischen Leichtigkeit der Kugel, weniger dem Widerstande, der auf sie ausgeübt wird, ist $\frac{N h}{H} - 1 - \frac{N h v}{R H}$; dies ist die Kraft, die wir im vorigen Abschnitte p genannt haben. Es ist demnach die Differentialgleichung zwischen der zurükgelegten Höhe x, der Dichtigkeit der Atmosphäre

auf ihr, und der Höhe des Falles, der ihre Geschwindigkeit auf jener Stelle zugehört; $dv = \left(\frac{Nh}{H} - 1 - \frac{Nhv}{RH}\right) dx$.

Drey veränderliche Größen können in dieser Gleichung nicht bleiben; es muß entweder h durch x oder x durch h ausgedrükt werden; und hier wird die Wahl nicht schwer seyn. Setzen wir an die Stelle von h seinen Werth in x, $h = He^{-x:s}$, so enthält unsere Differentialgleichung schon Exponential-Ausdrücke, und ihre Integration wird beynahe unmöglich. Man setze also vielmehr an die Stelle von dx seinen Werth $-\frac{S\,dh}{h}$, so ist unsere Differentialgleichung $dv = \left(1 + \frac{Nhv}{RH} - \frac{Nh}{H}\right)\frac{Sdh}{h}$.

In dieser Differentialgleichung die Glieder auf der rechten Seite mit Sdh, und dann noch die ganze Gleichung mit h multiplicirt, und alle Glieder der rechten Seite auf die linke hinübergebracht, so erhalten wir endlich die Differentialgleichung, die das Ziel aller unserer bisherigen Untersuchungen war; die Differentialgleichung, die das Verhältnis zwischen der Dichtigkeit der Atmosphäre auf jeder Höhe, und der Geschwindigkeit der Kugel auf ihr ausdrükt; die Differentialgleichung, aus der alles hergeleitet werden muß, was über die Bewegung eine Aerostats im achtzehnten gewiß, im neunzehnten vermuth-

lich, und vielleicht auch noch im zwanzigsten Jahrhunderte gesagt werden kann; die Differentialgleichung endlich, die ihr Erfinder für wichtig genug angesehen hat, um mit ihr diesen langen, langen Abschnitt, der von nichts anders als vom Widerstand der Materie überhaupt, und von dem Widerstand der Luft ins besondere gehandelt hat, endlich einmal zu beschließen: $hdv - \frac{NS\,hvdh}{RH} + \frac{NShdh}{H} - Sdh = 0$.

Eilfter Abschnitt.

Bewegung des Aerostats in der allerunterssten Luftschichte.

Die Differentialgleichung, mit der wir den vorigen Abschnitt geendigt haben, und auf deren Entwiklung die ganze Theorie beruht, ist gerade nicht die leichteste. Denn zum ersten sind die veränderlichen Größen untereinander vermengt. Zum zweyten ist sie nicht vollständig. Zum dritten ist der Faktor, mit dem sie multiplicirt seyn muß, um vollständig zu werden, eine ziemlich verwikelte Exponentialgröße. Zum vierten ist auch alsdann noch die Integration ihren eigenen Schwierigkeiten unterworfen; und sie kann nicht anders als annähernd erreicht werden.

Endlich und zum fünften muß noch eine beständige Größe hinzugesetzt werden, die eben so weitläufig als das Integral selbsten ist.

Bis also die Integration fertig wird, werden wir unterdessen die Ehre haben, unsere Leser mit der Bewegung des Aerostats in der untersten Luftschichte zu unterhalten, wo man die Luft als gleichförmig, und also auch die specifische Leichtigkeit unserer Kugel, und den Exponenten des Widerstandes als beständig ansehen kann. In dieser Schichte also wird die Bewegung der Kugel eben den Gesetzen unterworfen seyn, denen jeder Körper unterworfen ist, der in einer gleichförmigen widerstehenden Materie von unserer natürlichen Schwere beschleunigt, fällt: den Gesetzen, die Huyghens zuerst für das einfache Verhältnis der Geschwindigkeit, und für das Quadratische Neuton entwikelt hat; den Gesetzen, die seit der Zeit in die meisten Werke über die Mechanik übergegangen, und also nichts neues mehr sind. Es wird diese Untersuchung der ersten Periode für unsere ganze Theorie das seyn, was etwa bey der Analyse einer krummen Linie, die eine Axe hat, ihr Krümmungskreis am Scheitelpunkte ist.

In dieser ersten Periode der Bewegung also ist die specifische Leichtigkeit beständig und gleich $= \frac{N}{R} - 1$; es ist es auch der Exponent des Widerstandes $\frac{R}{N}$; es ist

die Stärke des Widerstandes, mit unserer Schwere verglichen, $\frac{Nv}{R}$. Die beschleunigende Kraft also ist nunmehr $= N - 1 - \frac{Nv}{R}$; und diese in unserer allgemeinen Gleichung $dv = p\,dx$ an die Stelle von p gesetzt, so wird $dv = \left(N - 1 - \frac{Nv}{R}\right) dx$, oder $dx = \frac{dv}{N - 1 - \frac{Nv}{R}}$; die Differentialgleichung zwischen der Höhe, auf der sich die Kugel befindet, und der Höhe, der ihre Geschwindigkeit zugehört.

Ich muß in der ganzen Ausführung meines Werkes Leser voraussetzen, die in der höhern Analysis geübt sind: denn bey einer umständlichen Entwicklung aller Gleichungen hätte ein Buch über die aerostatischen Kugeln keine Grenze mehr. Das ganz gemeine logarithmische Differential, das wir vor uns haben, gehört noch nicht einmal in die höhere Analysis; und die Entwicklung davon soll mit allem Rechte von jedem Anfänger erwartet werden können. Seine Integral ist demnach $\frac{Nx}{R} = Log. \frac{1}{1 - \frac{Nv}{(N-1)R}}$, wenn x durch v bestimmt seyn soll; und $\frac{Nv}{(N-1)R} = 1 - e^{-\frac{Nx}{R}}$, wenn x gegeben ist, und v gesucht wird. Eine unmittelbare Folge der Gleichung ist die Bestätigung des uralten Satzes, daß die Geschwindigkeit

des Körpers sich einer gewissen Grenze unendlich nähere, aber sie erst im Unendlichen erreiche: und diese äußerste Grenze, diese Terminal-Geschwindigkeit des Huygens wird in unserm Falle durch folgende Gleichung bestimmt: $v = \frac{N-1}{N} R$. Bey der Pariser Kugel war sie $\frac{7}{16} R$.

Die Linie, die x zur Abscisse, und v zur Ordinate hat, muß eine Logistika seyn. Es seye die Horizontal-Linie $AB = \frac{N-1}{N} R$; man richte auf ihr in A und B die senkrechten Linien AZ und BV auf; und man beschreibe nun eine Logistika AMT, die von A ausgehe, deren Subtangente $S = \frac{R}{N}$ seye, und die sich der Asymptote BV unendlich nähere. Es ist alsdann auf jeder Höhe AP, auf der sich die Kugel befindet, die Höhe, der die Geschwindigkeit zugehört, die Ordinate PM selbst.

Es seye nun c der Raum, den die Kugel mit dieser Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde; und S die Höhe des Falles in einer Sekunde; so ist $cc = 4fv$. Man nehme an $\frac{N-1}{N} 4fR = AA$. So sind alsdann unsere beyde Gleichungen folgende $\frac{Nx}{R} = Log. \frac{AA}{AA-cc}$; und $cc = AA\left(1 - e^{-\frac{Nx}{R}}\right)$. Der Raum also, den der Körper mit seiner grösten Ge-

schwindigkeit, der er sich nur unendlich nähert, in einer Sekunde gleichförmig durchlaufen würde, ist = A.

Geometrisch würde die Bestimmung der Linie c folgende seyn. Es gehe durch den Punkt A eine Kreislinie, deren Mittelpunkt auf der Linie AB oder auf ihrer Verlängerung liegt, und deren Halbmesser = 2f ist. Man ziehe durch M eine Linie MRQ mit der Asymptote BV parallel; und dann noch von A nach Q die gerade Linie AQ. Sie wird der Raum seyn, den der Körper mit der Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig durchlaufen würde; und so giebt sich zugleich die Größe der Linie A; sie ist die Linie AH; die Entfernung des des Punkts A von demjenigen, wo die verlängerte Asymptote BV der Kreislinie begegnet.

Alle diese Räume AQ oder c durch die die Geschwindigkeit der Kugel an jeder Stelle ausgedrückt wird, sind die Ordinaten RL einer krummen Linie ILX, deren Basis BI der Linie AH gleich, und also A ist; die in I die Horizontal-Linie BI berührt, die auf der andern Seite ihrer Axe IS noch eine andere ihr gleiche und ähnliche Hälfte hat, und die sich der Asymptote BV unendlich nähert. Ihre Gleichung ist $\frac{Nx}{R} = Log. \frac{AA}{AA-cc}$. Ihr Differentialgleichung $\frac{Ndx}{R} = \frac{2cdc}{AA-cc}$. Und der Halbmesser ihrer Krümmung im Punkte A = 2(N—1)f.

Auch die geometrische Zeichnung der beschleunigenden Kraft für jede Höhe AP ist nicht schwer. Man bestimme die Linie AK so, daß sie sich zu AB verhalte wie N — 1 : 1. So verhält sich auf jeder Höhe AP, die beschleunigende Kraft, mit der die Kugel aufwärts steigt, zu unserer Schwere, wie RO : AB.

Die Zeit nunmehr. Es führt uns auf sie die allgemeine Gleichung $\frac{dt}{\tau} = \frac{dc}{2pf}$. : in der τ eine Sekunde vorstellt. Man setze statt p seinen Werth $N - 1 - \frac{Nv}{R}$, oder $N - 1 - \frac{N\,cc}{4fR}$ und nehme, wie vorhin, $\frac{N}{4(N-1)fR} = \frac{1}{AA}$, so wird $p = (N - 1)\left(1 - \frac{cc}{AA}\right)$; und unsere Differentialgleichung wird nun $2(N - 1)\int\frac{dt}{\tau} = \int\frac{dc}{1 - \frac{cc}{AA}}$. Die Integration dieses Differentials hat gar keine Schwierigkeiten, sie geht vor sich wie alle andere, deren Nenner sich in einfache Faktoren zerlegen läßt; und es ist $\frac{4(N-1)ft}{A\tau} = Log.\frac{A+c}{A-c}$: oder $\frac{2t}{\tau}\sqrt{\frac{N(N-1)S}{R}} = Log.\frac{A+c}{A-c}$. Man nehme endlich an $\frac{\tau}{2}\sqrt{\frac{R}{N(N-1)f}} = T$, wo T eine gewisse Anzahl von Sekunden anzeigt, die durch N, R, und f gegeben ist; so wird endlich $\frac{t}{T} = Log.\frac{A+c}{A-c}$.

Eben diese Zeit wird durch die Höhe, der die Geschwindigkeit zugehört, so bestimmt: $\frac{t}{T} = \frac{\sqrt{(N-1)R} + \sqrt{Nv}}{\sqrt{(N-1)R} - \sqrt{Nv}}$

Und zwischen ihr und der Höhe, die in dieser Zeit zurückgelegt worden ist, ist folgende Gleichung da: $\frac{t}{T} =$

$$Log. \frac{1 + \sqrt{\left(1 - e^{-Nx:R}\right)}}{1 - \sqrt{\left(1 - e^{-Nx:R}\right)}}.$$

Und umgekehrt läßt sich aus der Zeit t, oder dem Verhältnisse $\frac{t}{T}$ die Höhe x berechnen; es ist nemlich $\frac{Nx}{2R} = Log. \frac{e^{t:T} + 1}{e^{t:T} - 1}$.

Noch eine Gleichung ist übrig, die uns lehrt, wie aus der Zeit das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit, die die Kugel wirklich hat, und der, der sie sich unendlich nähert, hergeleitet werden müsse: $\frac{c}{A} = \frac{e^{t:T} - 1}{e^{t:T} + 1}$.

Auch einer sehr leichten geometrischen Zeichnung ist diese Zeit fähig. Es werde die Zeit t verlangt, in der der Raum AP oder BN zurückgelegt wird. In P ist RL = RL′ oder c der Raum, den der Körper mit der Geschwindigkeit $\sqrt{PM}$ oder $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde. Man ziehe durch L und L′ die Linien LW und L′W′ mit der Asymptote parallel, bis sie der Logistika XA, unterhalb A verlängert, in

den Punkten W und W' begegnen; und lasse aus diesen Punkten W und W' die Linien WY und W'Y' auf die Asymptote senkrecht herab. So verhält sich die Terminalgeschwindigkeit BI oder A zur Linie YY' wie eine Sekunde zu der Anzahl von Sekunden, in der der Raum AP zurückgelegt wird.

Zum Unglücke ist diese ganze Theorie für die wahre Bewegung des Aerostats von keiner langen Dauer; indem schon auf einer Höhe von zwanzig Schuhen, wo das Barometer also noch nicht um den dritten Theil einer Linie gefallen seyn kann, selbst diese unmerklich scheinende Abnahme der Dichtigkeit der Luft auf die Bewegung der Maschine einen sehr merklichen Einfluß hat; und schon in den erstern Sekunden diese Bewegung schon merklich von den Gesetzen abzuweichen anfängt, die wir in diesem Abschnitte festgesetzt haben. Nach ihnen sollte die Geschwindigkeit der Kugel immer zunehmen, und sich so einer gewissen Grenze unendlich nähern. Allein dadurch, daß die Dichtigkeit der Luft in größern Höhen abnimmt, nimmt die Geschwindigkeit der Kugel nur bis auf eine gewisse Höhe zu und nimmt dann wieder ab, bis sie auf der Höhe völlig verschwindet, wo die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, und diese gröste Geschwindigkeit, die von der in diesem Abschnitte berechneten Terminalgeschwindigkeit sehr verschieden ist, erreicht der Körper schon auf einer Höhe von vierzig Fußen.

Zwölfter Abschnitt.

Allgemeine Entwickelung der Differentialgleichung zwischen der Dichtigkeit der Luft, und der Höhe, welcher die Geschwindigkeit des Aerostats in ihr zugehört.

Die zu Ende des zehnten Abschnittes gefundene Gleichung war: $hdv - \frac{NSh\,v\,dh}{RH} + \frac{NSh\,dh}{H} - Sdh = 0$; in welcher N einen Bruch, dessen Nenner die ganze Masse der Kugel, und der Zähler die Masse eines gleichen Volumens äußerer Luft ist; S die Subtangente unsers Logarithmen-Systems; R den Halbmesser der Kugel, mit dem Bruche $\frac{4}{3\,m\,n}$ multiplicirt; H die Barometerhöhe im Horizonte; h dieselbe auf der Höhe x; und v die Höhe des Falles vorstellt, der die Geschwindigkeit der Kugel in jener höhern Region der Atmosphäre zugehört. Man nehme an $\frac{NS}{RH} = L$; und setze nun statt H seinen Werth $\frac{NS}{RL}$; so wird unsere Gleichung von den Brüchen befreyt, und zu unserer künftigen

Rechnung bequem er gemacht. Sie ist nunmehr $h\,dv -$ $L\,h\,v\,d\,h + LR\,h\,dh - S\,d\,h = 0$.

Diese Differentialgleichung ist nicht vollständig. Eine unvollständige Differentialgleichung zwischen zweyen unter-einander gemengten veränderlichen Größen nenne ich eine solche, bey der sich kein Integral angeben läßt, dessen Differential von der gegebenen Differentialgleichung abgezogen, entweder keine andere als lauter beständige Größen, oder doch nur solche Glieder übrig lasse, in denen nur noch eine der beyden veränderlichen Größen vorkömmt.

Die höhere Analysis giebt uns ein gewisses Mittel an, eine unvollständige Differentialgleichung von einer vollständigen zu unterscheiden. Man nehme den ganzen Faktor, in welchen $d\,x$ multiplicirt ist, man berechne das Differential dieses Faktors, unter der Voraussetzung daß blos y veränderlich sey, und dividire es durch $d\,y$. Man nehme auch den andern Faktor der Gleichung, in den $d\,y$ multiplicirt ist, man berechne sein Differential, unter der Voraussetzung, daß nur x sich verändere, und dividire es durch $d\,x$. Sind beyde Quotienten unter sich gleich, so ist die gegebene Gleichung vollständig; und wenn alsdann die Integration noch nicht möglich ist, so liegt wenigstens die Ursache nicht mehr daran, daß die veränderlichen Größen untereinander vermengt waren. Sind aber beyde Quotienten nicht unter sich

gleich, so ist die Gleichung unvollständig; und in diesem Falle wird sie unter der Gestalt die sie hat, ganz unfähig seyn integrirt zu werden.

Unsere Differentialgleichung ist in diesem Falle. Der eine Faktor, in den dv multiplicirt ist, ist h; der andere, in den dh multiplicirt ist, — L hv -|- L R h — S. Das Differential des ersten Faktors, durch dh dividirt, ist 1; und das Differential des leztern Faktors, unter der Voraussetzung daß h eine beständige Größe sey, durch dv dividirt, ist –L h. Beyde Quotienten also sind nicht unter sich gleich, und die Differentialgleichung ist unvollständig.

Die höhere Analysis steht nicht auf dem Grade der Vollkommenheit, durch allgemeine Methoden alle unvollständige Gleichungen ergänzen, und zur Integration fähig machen zu können. Ein Mittel kennen wir, das aber nicht allgemein ist. Sehr oft ist die Differentialgleichung fähig integrirt zu werden; nur fehlt ihr noch ein Faktor, mit dem sie durchaus multiplicirt werden müßte, um vollständig zu seyn. Allein selbst diesen Faktor zu finden, haben wir noch keine allgemeine Methode. Zum Glücke lassen sich die besondern Methoden auf unsern Fall mit dem glücklichsten Erfolge anwenden; allein ließen sie sich nicht anwenden, dann wäre die Integration unserer Differentialgleichung unmöglich, und die Bewegung des Aerostats, bliebe ein Geheimnis für uns bis etwa auf die Geburt eines zweyten Neutons,

der uns alle Differentialgleichungen überhaupt integriren lehrte, so wie der erste sich erfunden hatte.

Es kann dieser Faktor nur die eine oder nur eine andere veränderliche Größe enthalten; er kann auch ein Produkt von einigen, von mehrern, oder von allen zugleich seyn. In dem leztern Falle sieht es mit der Integration immer gefährlich aus, und wir sehen einem sehr verwickelten zusammengesetzten Integral entgegen, wo es noch die gröste Frage ist, ob die Kräfte unserer Analysis zu seiner Entwickelung hinreichend seyn werden. Unsere Differentialgleichung ist etwas gelinder, und alle Umstände überzeugen uns, daß der Faktor P, mit dem die Gleichung multiplicirt werden muß um vollständig zu werden, eine Funktion von h seyn müsse.

Ich folge nun den allgemein entschiedenen Regeln der höhern Analysis. Der Unterschied meiner beyden Quotienten, die unter sich hätten gleich seyn müssen, wenn die Gleichung vollständig gewesen wäre, ist $- 1 - \mathrm{L}\, h$. Diesen durch den Faktor h dividirt, in den dv multiplicirt war, erhalte ich den Quotienten $- \mathrm{L} - \frac{1}{h}$; und nun muß $\frac{d\mathrm{P}}{\mathrm{P}} = - \mathrm{L}\, dh - \frac{dh}{h}$; also $Log.\ \mathrm{P} = - \mathrm{L}\, h - Log.\ h$; und folglich $\mathrm{P} = \frac{e^{-\mathrm{L}\, h}}{h}$ seyn. Dies ist der Faktor, mit dem die Gleichung multiplicirt werden muß, um vollständig zu werden. Sie wird alsdann

$-Lh \quad -Lh \quad -Lh \quad -Lh$
$e \quad dv - Lve \quad dh + LRe \quad dh - \underline{Se \quad dh}$
h

$-Lh$
$= o$. Der Faktor, der in dv multiplicirt ist, heißt e ;

$-Lh$
und der, mit dem dh multiplicirt ist, $-Lve$ $+$

$-Lh \quad -Lh$
$LRe \quad -Se$; des erstern Differential, durch
h

$-Lh$
dh dividirt, ist $-Le$, und das Differential des

letztern, unter der Voraussetzung berechnet, daß nur v eine veränderliche Größe ist, und durch dv dividirt,

$-Lh$
ist auch $-Le$. Die Gleichung ist also vollständig; uud nun sind wenigstens die Schwierigkeiten gehoben, die durch die vermischten Glieder, wo beyde veränderliche Größen miteinander multiplicirt waren, verursacht werden mußten.

$-Lh$
Das Integral der beyden ersten Glieder $e \quad dv -$

$-Lh \quad -Lh$
$Lve \quad dh$ ist ve : und das Integral des dritten

$-Lh \quad -Lh$
$LRe \quad dh$ ist $- Re$. Es ist also nur noch

$-Lh$
das vierte $-\underline{Se \quad dh}$ übrig. Allein dies ist zum Un-
h

glück eines der Differentiale, über welches unsere Integralrechnung schon seit einem Jahrhunderte den Stab gebrochen, und es für unfähig erklärt hat, durch einen endlichen Ausdruck integrirt zu werden.

Es gehört dieses Differential in die allgemeine Klasse der Differentiale $e^{mx} x^{E} dx$; für die die Analysis uns das allgemeine Integral nicht anders als unter der Gestalt der unendlichen Reihe giebt: $e^{mx}\left(\frac{x^{E}}{m} - \frac{E x^{E-1}}{m m} + \frac{E(E-1)x^{E-2}}{m^3} - \frac{E(E-1)(E-2)x^{E-3}}{m^4} + \frac{E(E-1)(E-2)(E-3)x^{E-4}}{m^5} \text{ &c.}\right)$: eine Reihe, die sich nur in dem Falle endigen kann, wenn E eine ganze bejahte Zahl ist. In unserm Falle, wo $m = -L$, und $E = -1$; würde also diese unendliche Reihe, oder das Integral von $e^{-Lh} h^{-1} dh$ folgendes seyn: $-e^{-Lh}\left(\frac{1}{Lh} - \frac{1}{LLhh} + \frac{1.2}{L^3 h^3} - \frac{1.2.3}{L^4 h^4} + \frac{1.2.3.4}{L^5 h^5} - \frac{1.2.3.4.5.}{L^6 h^6} + \text{&c.}\right)$ und das Integral unsers Differentials also $\frac{-S e^{-Lh} dh}{h} = S e^{-Lh}\left(\frac{1}{Lh} - \frac{1}{LLhh} + \frac{1.2}{L^3 h^3} - \frac{1.2.3}{L^4 h^4} + \frac{1.2.3.4}{L^5 h^5} - \frac{1.2.3.4.5}{L^6 h^6} + \text{&c.}\right)$.

Es wechseln in unserer Rechnung widrige und angenehme Zufälle miteinander ab. Die Größe Lh, oder $\frac{NSh}{RH}$, deren Potenzen die auf einander folgenden Nenner

unserer Glieder sind, ist in allen Fällen so groß, und dagegen der Bruch $\frac{1}{L\,h}$ oder $\frac{RH}{NSh}$ so klein, daß schon das dritte Glied unserer Reihe kein ganzes mehr in der neunten Decimalstelle ist, und daß, wenn wir noch ihr zweytes beybehalten, wir alles gethan haben, was nur immer die strengste Analysis von uns verlangen konnte. Es ist demnach das Integral unsers vierten Gliedes $=$

$$\frac{Se^{-Lh}}{Lh}\left(1-\frac{1}{Lh}\right).$$

So ist das ganze Integral unserer Differentialgleichung

$$ve^{-Lh} - Re^{-Lh} + \frac{Se^{-Lh}}{Lh}\left(1-\frac{1}{Lh}\right) = Conſt.$$

oder, wenn auf beyden Seiten, alle Glieder der Integralgleichung mit e^{Lh} multiplicirt werden, $v - R + \frac{S}{Lh}\left(1-\frac{1}{Lh}\right) = e^{Lh}\,Conſt.$ Man setze endlich an die Stelle von $L\,h$ seinen wahren Werth $\frac{NSh}{RH}$, so ist die

Gleichung $v - R + \frac{RH}{Nh}\left(1-\frac{RH}{NSh}\right) = e^{\frac{NSh}{RH}}\,Conſt.;$

oder $v - \frac{(Nh-H)R}{Nh} - \frac{RRHH}{NNShh} = e^{\frac{NSh}{RH}}\,Conſt.$

Es fehlt nichts mehr als die beständige Größe. Sie muß so bestimmt werden, daß zu gleicher Zeit $v = o$, und $H = h$ werde; denn auf dem Horizonte, in dem

ersten Augenblicke der Bewegung hat der Aerostat noch keine Geschwindigkeit; sie erzeugt sich erst, indem er aufwärts steigt. Es ist demnach $-R + \frac{R}{N}\left(1 - \frac{R}{NS}\right) = e^{\frac{NS}{R}}$ *Const.* Oder $-\frac{(N-1)R}{N} - \frac{RR}{NNS} = e^{\frac{NS}{R}}$ *Const.* Man dividire die erste Gleichung durch die letztere; man multiplicire auf beyden Seiten mit $-\frac{(N-1)R}{N} - \frac{NNS}{RR}$; man bringe endlich die Glieder $-\frac{(Nh-H)R}{Hh} - \frac{RRHH}{NNShh}$ mit entgegengesetzten Zeichen auf die linke, und dividire noch die ganze Gleichung durch R; so erhält man endlich die verlangte Gleichung zwischen der Dichtigkeit der Luft in einer höhern Region der Atmosphäre, und der Höhe des Falles, der die Geschwindigkeit der Kugel in ihr zugehört: $\frac{v}{R} = \frac{Nh-H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh} - \left(\frac{N-1}{N} + \frac{R}{NNS}\right) e^{-\frac{NS}{R}\left(1-\frac{h}{H}\right)}$. Und wenn, wie bisher, f die Höhe des Falles in einer Sekunde, und c der Raum seyn soll, den die Kugel in einer Sekunde mit der Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ gleichförmig zurücklegen würde, so ist eben dieser gefundene Werth von $\frac{v}{R}$ auch derjenige von $\frac{cc}{4fR}$.

Gleich die erste Frucht dieser Untersuchungen ist die Kenntnis der ganzen beschleunigenden Kraft, mit der die

Kugel in jeder Höhe aufwärts getrieben wird. Sie ist die specifische Leichtigkeit der Kugel $\frac{Nh - H}{H}$, um die Stärke des Widerstandes $\frac{Nhv}{RH}$ vermindert; sie mußte also, als eine Funktion der Geschwindigkeit, so lange unbestimmt bleiben, als die Geschwindigkeit selbst es war. Nunmehr aber, da v durch h bestimmt ist, wird diese beschleunigende Kraft $= -\frac{RH}{NSh} + \frac{h}{H}$

$$\left(N - 1 + \frac{R}{NS}\right) e^{-\frac{NS}{R}\left(1 - \frac{h}{H}\right)}.$$

Die genauere Entwickelung unserer Gleichung, die so einfach und so allgemein ist, als sie nur für diesen Fall immer seyn kann, ist folgende.

Ihr erstes Glied $\frac{Nh - H}{Nh}$ ist unter allen das wichtigste. Auf dem Horizonte, wo $h = H$, ist dieses Glied $\frac{N - 1}{N}$, und wird alsdann von einem Theile des Coefficienten des dritten Gliedes aufgehoben: es wird sodann sein Werth vermindert, so wie das Barometer bey zunehmender Höhe fällt, so daß seine Verminderung mit der Abnahme des Barometers in einem beständigen Verhältnisse stehen muß; und es wird $= o$, in der Höhe wo die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Es geht demnach dieses erste Glied mit der Barometerhöhe in arithmetischer Progression fort;

es bleibt immer von gehöriger mittlerer Größe, und es drückt beynahe für die ganze Periode der Bewegung die Geschwindigkeit des Aerostats allein aus.

Das zweyte Glied, $\frac{RHH}{NNS\,hh}$, ist wegen dem sehr unbeträchtlichen, kleinen Faktor $\frac{R}{NNS}$, dessen gröster Werth nie ein Zweytausendtheilchen beträgt, immer sehr klein. Auf dem Horizonte ist der Werth dieses Gliedes $\frac{R}{NNS}$; es steht mit der Barometerhöhe in einem umgekehrten quadratischen Verhältnisse, und da wo die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, ist es $\frac{R}{S}$. Seine gröste Veränderung ist also diese ganze Periode durch nicht beträchtlich: allein es nimmt doch zu, so wie das Barometer fällt; und in einer Höhe der Atmosphäre, wo $h \equiv o$, würde dieses Glied unendlich groß seyn. Da aber der gröste Werth, den N jemals erreichen kann, das Verhältnis zwischen den specifischen Schweren der äußern und innern Luft; und also die Kugel nie bis in diejenige Region der Atmosphäre hinaufsteigt, wo die Dichtigkeit der Luft noch der sechste Theil von der am Horizonte wäre: so bleibt auch dieses Glied immer sehr klein, und es läßt sich in allen Fällea als ein unendlich kleines der ersten Ordnung, als eine Differentialgröße behandeln.

Das dritte Glied endlich ist negativ; es stellt ein Produkt vor, dessen einer Faktor die beständige Größe $\frac{N-1}{N} + \frac{R}{NNS}$, und der andere die Basis des hyperbolischen Logarithmen-Systems ist, auf den negativen Exponenten $-\frac{NS}{R}\left(1-\frac{h}{H}\right)$ elevirt. Da auf dem Horizonte, wo $h = H$, und der Exponent $= o$ ist, der ganze Exponential-Ausdruck der Einheit gleich wird, so ist alsdann der Werth unsers dritten Gliedes $-\frac{N-1}{N} - \frac{R}{NNS}$; und in diesem Falle wird es von den beyden erstern positiven Gliedern völlig aufgehoben. Allein bey der ersten Abnahme der Barometerhöhe wird der Exponent ein negatives Produkt, dessen einer Faktor $\frac{NS}{R}$ außerordentlich groß, und aufs wenigste 2000 ist, dessen anderer Faktor also ein sehr kleiner Bruch, kleiner als ein Zweytausendtheilchen seyn muß, wenn die Potenz, und mit ihr das ganze dritte Glied auch nur einigermaßen merklich seyn soll. Es nimmt also dieses Glied sehr schnell ab, es verschwindet völlig, sobald das Barometer um eine Linie gefallen ist; und dann wird unsere Gleichung sehr einfach; sie ist $\frac{v}{R} = \frac{Nh-H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$.

Der Ausdruck der beschleunigenden Kraft hat zwey Theile, von denen der eine negativ, und der andere positiv ist. Der positive Theil ist völlig die nemliche

Exponentialgröße unsers vorigen Satzes, zwar mit einem andern Faktor, $\frac{h}{H}\left(N-1+\frac{R}{NS}\right)$, multiplicirt, der aber von dem vorigen nicht sehr verschieden ist, und der die Abnahme des Ganzen nur noch mehr beschleunigt. Auf dem Horizonte ist also dieser positive Theil $N-1+\frac{R}{NS}$, und auf einer Höhe, wo das Barometer um eine Linie niedriger steht, fällt er aus dem Ausdrucke der beschleunigenden Kraft ganz weg.

Der andere negative Theil, $-\frac{RH}{NSh}$, ist auf dem Horizonte $-\frac{R}{NS}$; und so wird auf dem Horizonte, wo der Widerstand, als die Wirkung einer ruheuden Materie auf den noch nicht in Bewegung gesetzten Körper $= o$ ist, die ganze beschleunigende Kraft der specifischen Leichtigkeit der Kugel gleich; sie ist $N-1$. Auf einer Höhe aber, auf der das Barometer noch kaum um eine Linie gefallen ist, fängt dieser Theil $-\frac{RH}{NSh}$, schon an, die ganze beschleunigende Kraft allein auszudrücken. Es hört also der Körper sehr frühe auf, beschleuniget zu werden; seine Geschwindigkeit wird immer kleiner, und die beschleunigende Kraft, die nach entgegengesetzter Richtung seine Bewegung vermindert, nimmt im umgekehrten Verhältnisse der Barometerhöhe zu: allein auch in dem alleräußersten Falle wird sie nie ein Zweytausendtheilchen unserer Schwere seyn.

Die erste Periode der Bewegung also, wo das Barometer noch nicht völlig um eine Linie gefallen ist, so kurz sie auch immer ist, so wenig sie über eine Höhe von sieben oder acht Toisen hinausgeht, ist wegen des starken Einflusses des Exponentialfaktors unsers dritten Gliedes ungleich die schwerste; und ich muß meine Leser zum voraus erinnern, daß ich hier meine Absicht nicht völlig erreichen konnte. Schon in der ersten Sekunde weicht der Körper wegen der beynahe unmerklichen Verminderung der Dichtigkeit der Luft, um ein Zweytausendtheilchen aufs höchste, sehr merklich von den Gesetzen ab, die er befolgen würde, wenn die Luft ganz gleichförmig, ohne alle Abnahme, fortgienge: er erreicht schon in der vierten Sekunde, auf einer Höhe zwischen 40 und 50 Schuhen, die Stelle, in der er aufhört beschleunigt zu werden, und wo seine Geschwindigkeit ein Gröstes wird; und auch alsdann hört der Einfluß unsers dritten Gliedes noch nicht völlig auf, er dauert noch fort, bis dahin, wo das Barometer ganz um eine Linie gefallen ist. Geschwindigkeit und Höhe, gröste Geschwindigkeit und Höhe, der sie zugehört, diese Untersuchungen sind noch nicht mühsam; allein die Zeit ist unendlich schwerer. Zwar sind es nur wenige Sekunden; allein diese genau anzugeben, ist mir unmöglich gewesen. Sie beruhen auf einer Differentialformel, deren Integral nicht anders als durch eine unendliche, sehr langsam sich

nähernde Reihe berechnet, werden kann; und ich sehe mich zu meinem Verdrusse genöthigt, diese Untersuchung entweder einem reifern Alter, oder wenigstens einem geübtern Kenner der Analysis zu überlassen.

Es ist nunmehr Zeit, an die wirkliche Berechnung fortzugehen, und an die Stelle unserer allgemeinen Ausdrücke, Zahlen zu setzen. Unsere Subtangente S ist 4366,656 Toisen, der Bruch $N = \frac{16}{9}$, $N - 1 = \frac{7}{9}$, $\frac{N - 1}{N} = \frac{7}{16}$; und der Halbmesser unserer Kugel beträgt sechs Schuhe und einen Zoll. Das einzige, was nun noch nicht bestimmt ist, ist der Faktor $\frac{4}{3\,m\,n}$; und hier würde mir wirklich ohne Vorgänger die Wahl etwas schwer fallen. Herr **Meusnier**, den ich schon in einem der vorigen Abschnitte angeführt habe, nimmt zur Bestimmung der Größe n an, der Widerstand einer flüssigen Materie auf eine bewegte Fläche die auf ihrer Richtung senkrecht steht, sey einem Prisma von dieser Materie gleich, dessen Basis die bewegte Fläche und dessen Höhe die doppelte von der Höhe des Falles ist, welcher ihre Geschwindigkeit zugehört; und so würde $n = 2$. Die zweyte Voraussetzung von **Meusnier** ist, daß der Widerstand auf die erhabene Oberfläche einer Kugel zwey Fünftheile von derjenigen sey, die bey gleicher Geschwindigkeit auf ihren grösten Kreis ausgeübt würde; und so ist $m = \frac{2}{5}$. Die erste kömmt der Dalambertischen Theorie am nächsten;

sie entspricht zugleich den Versuchen des Bossut über den Stoß flüssiger Körper. Die zweyte nimmt Meusnier als durch die Versuche des Ritter von Borda entschieden an, ob sie sich gleich von dem Neutonischen Lehrsatze entfernen. So wird demnach $R = \frac{5}{2} r$; das ist zehn Schuh, ein Zoll und acht Linien. Und der Exponent $\frac{N S}{R_1}$ ist nunmehr 4593/973.

Ich bin um so viel mehr geneigt, die Voraussetzungen des Meusniers, als der Wahrheit sehr nahe anzusehen, da seine Rechnung über die Bewegung der Kugel mit den angestellten Beobachtungen ziemlich zutrifft. So wäre denn zum voraus der gröste Theil der Schwierigkeiten gehoben, die zwischen seinen und meinen Resultaten noch einen Unterschied machen könnten. Nur muß noch immer eine kleine Verschiedenheit da seyn, und diese hat eine doppelte Quelle.

Der erstern habe ich schon oben Erwähnung gethan; sie liegt darinn, daß Meusnier die specifische Schwere der Luft am Tage des Versuches, und also auch die Masse eines der Kugel gleichen Volumens atmosphärischer Luft für viel zu groß annimmt; und so wird das bey ihm $\frac{17}{10}$, was bey mir $\frac{16}{9}$ ist. Die zweyte ist wichtiger; sie liegt in dem Gange seiner Rechnung selbst. Seine Gleichungen sind verwickelter; es kommen in ihnen doppelt so viele Größen von verschiedener Bedeutung vor

als in den meinigen. Und eine von diesen ist noch einmal das Gewicht eines Kubikschuhes Wasser, das er auf siebenzig Pfunde setzt; eine runde Zahl, bey der immer sehr kleine Abweichungen von der Wahrheit unvermeidlich sind. Unerklärbar ist es mir, wie Meusnier das Differential $e^{\frac{-Lh}{h}} dh$ unter diejenigen zählen konnte, deren Integral nicht nur überhaupt keines endlichen Ausdruckes, sondern für unsern Fall auch nicht einmal einer Näherung fähig seyn sollte. Es ist gerade das Gegentheil wahr: in keinem einzigen Falle haben wir so wenig, als in dem gegenwärtigen, Ursache uns bey diesem Integral über die Unvollkommenheit unserer Analysis zu beschweren. Dies ist das einzige, was die Resultate seiner und meiner Rechnungen voneinander entfernen kann. Der Unterschied ist auch wirklich nicht groß; denn so verschieden auch unsere Theorie, so verschieden der ganze Gang unserer Rechnung ist, so giebt es doch in der Mathematik nur eine Wahrheit.

Ich habe nun Tafeln berechnet, die sehr vieles dazu beytragen können, über die erste Periode der Bewegung ein Licht zu verbreiten. Die erste stellt für die Verminderung der Barometerhöhe am Horizonte, um die ersten 32 Zehntausendtheilchen der ganzen Barometerhöhe, die ersten und dritten Glieder unserer Gleichung dar. Die zweyten mußten weggelassen werden, indem kein Raum

für sie da war : wir verlieren im übrigen nicht viel dabey ; es ist das zweyte im Vergleiche mit den übrigen sehr klein, und nimmt in diesen ersten Augenblicken sehr langsam zu. Am Horizonte, wo $\frac{H - h}{H} = 0{,}0000$, ist dieses Glied $= 0{,}00012244$; und auf der Höhe, wo $\frac{H - h}{H} = 0{,}0032$, ist es erst $0{,}00012303$.

$\frac{H - h}{H}$	Erstes Glied.	Drittes Glied.
0,0000	0,4375000	0,4376224
0,0001	0,4374437	0,2774304
0,0002	0,4373875	0,1746112
0,0003	0,4373312	0,1102956
0,0004	0,4372750	0,0696698
0,0005	0,4372187	0,0440080
0,0006	0,4371625	0,0277982
0,0007	0,4371062	0,0175592
0,0008	0,4370500	0,0110915
0,0009	0,4369937	0,0070061
0,0010	0,4869375	0,0044255
0,0011	0,4368812	0,0027954
0,0012	0,4368250	0,0017658
0,0013	0,4367687	0 0011154
0,0014	0,4367125	0,0007045
0,0015	0,4366562	0,0004450
0,0016	0,4366000	0,0002811
0,0017	0,4365437	0,0001775
0,0018	0,4364875	0,0001121
0,0019	0,4364312	0,0000708
0,0020	0,4363750	0,0000447
0,0021	0,4363187	0,0000283

0,0022	0,4362625	0,0000178
0,0023	0,4362062	0,0000113
0,0024	0,4361500	0,0000071
0,0025	0,4360937	0,0000045
0,0026	0,4360375	0,0000028
0,0027	0,4359812	0,0000018
0,0028	0,4359250	0,0000011
0,0029	0,4358687	0,0000007
0,0030	0,4358125	0,0000004
0,0031	0,4357562	0,0000003
0,0032	0,4357000	0,0000002

Die Reihen der ersten und zweyten Glieder sind so wie die von $\frac{H - h}{H}$, arithmetisch, die der erstern eine abnehmende, und die der leztern eine sehr langsam zunehmende. Die dritten Glieder gehen in geometrischer, sehr schnell abnehmender Progression fort.

Die zweyte meiner Tafeln enthält für jeden Fall des Barometers um ein Zehntausendtheilchen des Ganzen, in zwey nebeneinander stehenden Reihen, die Werthe der beyden Glieder der analytischen Formel, durch die für jeden Barometerstand h die ganze beschleunigende Kraft ausgedrückt wird, mit der die Kugel aufwärts steigt. Die erstere Reihe sollte eigentlich harmonisch seyn; allein in diesem sehr kleinen Raume, wo ohne allen Fehler $\frac{H}{h} = 1 + \frac{H - h}{H}$ angenommen werden kann, indem die höhern Potenzen von $\frac{H - h}{H}$, als von einem

Bruche, der nie über 0,0032 hinaufsteigt, weggelassen werden können, wird diese Reihe ganz arithmetisch. Die zweyte ist wieder eine sehr schnell abnehmende geometrische Progression.

$\frac{H-h}{H}$	Erstes Glied.	Zweytes Glied.
0,0000	0,00021767	0,7779954
0,0001	0,00021769	0,4913187
0,0002	0,00021771	0,3102770
0,0003	0,00021773	0,1959458
0,0004	0,00021776	0,1237435
0,0005	0,00021778	0,0781463
0,0006	0,00021780	0,0493509
0,0007	0,00021782	0,0311660
0,0008	0,00021784	0,0196819
0,0009	0,00021787	0,0124295
0,0010	0,00021789	0,0078495
0,0011	0,00021791	0,0049571
0,0012	0,00021793	0,0031305
0,0013	0,00021795	0,0019770
0,0014	0,00021797	0,0012485
0,0015	0,00021800	0,0007884
0,0016	0,00021802	0,0004979
0,0017	0,00021804	0,0003144
0,0018	0,00021806	0,0001985
0,0019	0,00021808	0,0001253
0,0020	0,00021810	0,0000792
0,0021	0,00021813	0,0000500
0,0022	0,00021815	0,0000316
0,0023	0,00021817	0,0000199

0,0024	0,00021819	0,0000126
0,0025	0,00021821	0,0000079
0,0026	0,00021824	0,0000050
0,0027	0,00021826	0,0000032
0,0028	0,00021828	0,0000020
0,0029	0,00021830	0,0000013
0,0030	0,00021832	0,0000008
0,0031	0,00021834	0,0000005
0,0032	0,00021837	0,0000003

Die dritte Tafel enthält die Resultate der beyden erstern. Sie zeigt für die ersten 32 Werthe von $\frac{H-h}{H}$ in Zehntausendtheilchen in ihrer ersten Reihe die Werthe von $\frac{v}{R}$, oder von dem Verhältnisse an, in dem die der Geschwindigkeit zugehörige Fallhöhe mit R, oder fünf Drittheilen des Halbmessers der Kugel steht: und in der zweyten Reihe die ganze beschleunigende Kraft, mit der die Kugel aufwärts getrieben wird, in ihrem Verhältnisse nemlich mit unserer Schwere, die hier der Einheit gleich gesetzt ist.

$\frac{H-h}{H}$	$v : R$	p
0,0000	0,0000000	0,7777777
0,0001	0,1611358	0,4911010
0,0002	0,2628988	0,3100593
0,0003	0,3271581	0,1957281
0,0004	0,3677277	0,1235258

0,0005	0,13933333	0,0779285
0,0006	0,14094869	0,0491331
0,0007	0,14196696	0,0309482
0,0008	0,14260811	0,0194641
0,0009	0,14301103	0,0122116
0,0010	0,14326347	0,0076316
0,0011	0,14342085	0,0047392
0,0012	0,14351819	0,0029126
0,0013	0,14357761	0,0017591
0,0014	0,14361308	0,0010305
0,0015	0,14363340	0,0005704
0,0016	0,14364417	0,0002799
0,0017	0,14364891	0,0000964
0,0018	0,14364983	— 0,0000195
0,0019	0,14364833	— 0,0000928
0,0020	0,14364532	— 0,0001389
0,0021	0,14364134	— 0,0001681
0,0022	0,14363679	— 0,0001865
0,0023	0,14363177	— 0,0001983
0,0024	0,14362657	— 0,0002056
0,0025	0,14362121	— 0,0002103
0,0026	,14361516	— 0,0002132
0,0027	0,14361023	— 0,0002150
0,0028	0,14360468	— 0,0002163
0,0029	0,14359910	— 0,0002170
0,0030	0,14359350	— 0,0002175
0,0031	0,14358789	— 0,0002178
0,0032	0.14358228	— 0,0002181

Ich glaube, daß dieſe Beyſpiele einer Bewegung, die ſich ſo ſehr von den gewöhnlichen Geſetzen der Mechanik entfernt; dieſe Wirkungen einer Centripetalkraft, die

bisher noch kein Mathematiker untersucht hatte, wichtig genug sind, um uns einige Augenblicke zu beschäftigen.

Es sagen uns beyde Tafeln, daß nicht einmal in dem kleinen Raume, für welchen der Unterschied der Barometerhöhen ein Zehntausendtheilchen des Ganzen, und also kaum einen dreyßigsten Theil einer Linie beträgt; in einem Raume, der höchstens dreyßig Pariser Zolle ausmachen wird, die beschleunigende Kraft beständig sey, und die Geschwindigkeit des Körpers sich wie die Zeit; und ihr Quadrat, oder die Höhe v, der die Geschwindigkeit zugehört, sich wie der zurückgelegte Raum verhalte. Nicht einen Augenblick bewegt sich also der Körper nach den Gesetzen, die Galilai zuerst über unsere Kraft der Schwere festgesetzt, und die die Mechanik nach ihm auf jede andere unveränderliche und beschleunigende Kraft ausgedehnt hat; und es wäre ein Fehler, der keine Entschuldigung verdiente, aus der Zeit, in der ein Körper, von unserer Schwere beschleunigt, einen gewissen Raum zurücklegt, auch nur annähernd diejenige herzuleiten, in welcher unser Aerostat auch nur einen Fuß hoch sich erheben mußte.

Es ist ferner offenbar, daß der ungleich größere Theil dieser schnellen Veränderungen unserer beschleunigenden Kraft, wenigstens in den ersten Augenblicken der Bewegung, dem Widerstand der Luft zuzuschreiben sey. Die beschleunigende Kraft, die ganz zu Anfange 0,7777, das

ist, $\frac{7}{9}$ unserer Schwere beträgt, und mit der specifischen Leichtigkeit der Kugel, oder N — 1, einerley ist, könnte sich ohne den Widerstand der Luft, auf einer Höhe, wo das Barometer um ein Zehntausendtheilchen niedriger stünde, auch nur um ein Zehntausendtheilchen vermindert haben: das ist, sie müßte 0,7776 seyn. Sie ist aber 0,4911, und sie hat sich beynahe um die Hälfte vermindert. So groß ist also die Wirkung des Widerstandes; um so viel unerwarteter, da die Zeit, in der dieser beynahe unendlich kleine Raum durchloffen worden seyn kann, noch nicht der zehnte Theil einer Sekunde ist. Es kann aber auch nicht anders seyn, bey einem Körper, der sich in einem beynahe doppelt so dichten Mittel bewegt, als er selbst ist; und wo der Exponent des Widerstandes kaum um etwas größer ist als sein Halbmesser.

Allein noch weit unerwarteter ist der sehr schnelle Einfluß, den die beynahe unmerklich kleine Abnahme der Dichtigkeit der Luft, auf die Geschwindigkeit des Körpers und auf die beschleunigende Kraft hat, mit der er aufwärts steigt. Die erstere, die in den ersten Augenblicken noch ziemlich schnell zunahm, weicht bald von diesem Gesetze ab, ihre Differentiale werden geringer, und sie nähert sich sehr schnell einer gewissen Grenze, die zwischen 0,436489 und 0,436498 fällt. Ueber diese Grenze hinaus nimmt sie wieder ab, aber ungleich langsamer als sie zugenommen hatte.

Hätte sich der Aerostat in einem ganz gleichförmigen Mittel bewegt, so hätte sich die Geschwindigkeit ohne alle Verminderung einer gewissen Grenze genähert, die sich nach dem vorigen Abschnitte bestimmen läßt; es ist für sie $\frac{v}{R} = \frac{N-1}{N}$; in unserm Falle also 0,4375. So groß ist also die Wirkung der 17 Zehntausendtheilchen, um die sich die Dichtigkeit der Luft vermindert hat. Ueber diese Grenze hinaus wird die Geschwindigkeit ziemlich regelmäßig; sie nähert sich sehr schnell einer abnehmenden arithmetischen Progression.

Die beschleunigende Kraft, die ohne den Widerstand beständig seyn sollte, und die nun sehr schnell abnehmen mußte, fährt in dieser Abnahme fort, und wird da = 0, wo die Geschwindigkeit ihren grösten Werth erreichte. Ueber diese Grenze hinaus wird sie verneint; es wird nunmehr eine Kraft aus ihr, die nach entgegengesetzter Richtung wirkt, die aber sehr langsam zunimmt und auch auf der Höhe wo der Aerostat mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, noch kein Viertausendtheilchen unserer Schwere seyn wird. Es bewegt sich also jenseits der Höhe, wo die Geschwindigkeit die gröste war, der Körper ganz ebenso, als wenn im Leeren eine bewegende Kraft ihn aufwärts getrieben, und eine beschleunigende nach entgegengesetzter Richtung auf ihn gewirkt hätte. Er fährt deswegen noch fort zu steigen,

denn es ist nur das verneint worden, um was ohne den Widerstand der Luft seine Geschwindigkeit in dem nächsten Zeittheilchen hätte größer werden sollen; allein es ist nur noch mit der Geschwindigkeit die er schon hat; und da eben diese Geschwindigkeit die Ursache des Widerstandes ist, dem der Körper ausgesetzt seyn muß, so ist es wohl sehr natürlich, daß er gleich in den ersten Augenblicken aufhören mußte beschleunigt zu werden.

Hat endlich der Körper diese zweyte Periode seiner Bewegung, in der sie den meisten Veränderungen ausgesetzt ist, zurückgelegt, so wird die Gleichung zwischen der Dichtigkeit der Luft, und der Geschwindigkeit des Aerostats in ihr sehr einfach; sie ist $\frac{v}{R} = \frac{Nh}{Nh} + \frac{H}{RHH}$. Eine Folge dieser Gleichung ist es, daß der Körper da noch nicht völlig aufhört bewegt zu werden, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht; denn es ist noch auf dieser Stelle $\frac{v}{R} = \frac{R}{NNS}$. Der Körper hat nemlich auf ihr noch eine sehr kleine Geschwindigkeit, die ihm von seiner vorigen Bewegung übrig geblieben ist, und mit der er noch etwas über diese Grenze hinausgeht. Es fängt auf dieser Stelle die vierte Periode der Bewegung an. Der Körper erhebt sich noch auf eine Höhe, die dem Exponenten des Widerstandes gleich ist; er thut dieses in einer Zeit, die in Sekunden ausgedrückt, $\sqrt{S:f}$ ist; und er bewegt sich gegen unsre Erwartung, nach den Galiläischen Gesetzen einer unveränderlichen Schwere.

Dies ist nun die allererste Entwickelung unsrer Differentialgleichung; die uns wenigstens in den Stand setzt, die Geschwindigkeit zu berechnen, mit der der Aerostat auf jeder Höhe bewegt wird. Allein dies ist auch das wenigste, was die Mechanik bey der Auflösung eines Problems von uns erwartet. Es muß auch umgekehrt die Höhe bestimmt werden, auf der der Aerostat eine gegebene Geschwindigkeit hat. Es muß die Zeit angegeben werden in der er auf eine gegebene Höhe sich erheben kann; und es müssen umgekehrt die Lehrsätze aufgesucht werden, nach welcher die Höhe des Aerostats gefunden werden kann, wenn durch den Gang unsers Penduls die Zeit gegeben ist. Es müssen alle diese Untersuchungen ins Reine gebracht werden, wenn anders die Erfindung der Aerostate uns die großen Vortheile gewähren soll, die wir mit allem Rechte von ihnen erwarten. So lange sie es nicht sind, so lange wird die ganze Erfindung noch weit von dem Grade ihrer Vollkommenheit entfernt seyn, den sie haben muß, wenn sie uns in unserer Wissenschaft Entdeckungen, und in dem bürgerlichen Leben Vortheile und Bequemlichkeiten verschaffen soll.

Allgemein sehe ich die Auflösung dieser Aufgabe für unmöglich an, die Gleichungen sind viel zu verwickelt, und wir müßten höchstens mit ungefähren Näherungen ufrieden seyn. Allein in unserm Falle vereinigen sich

mehrere glückliche Umstände, durch die wenigstens die besondere Auflösung der Aufgabe sehr leicht wird.

Die zweyte Periode unserer Bewegung, wo die Abnahme der Dichtigkeit der Luft anfängt merklich zu werden, wo der Antheil unsers Exponentialfaktors an der ganzen Gleichung der gröste ist, wo die Veränderungen der Geschwindigkeit die beträchtlichsten sind, ist zum Glücke von keiner langen Dauer. Der ganze Durchmesser dieser untern Region der Atmosphäre ist ungefähr der Höhe gleich auf der das Barometer auf eine Linie fällt; und unser Aerostat wird diese ganze Höhe in einigen Sekunden zurückgelegt haben. In dieser Periode also ist es erlaubt, $\frac{h}{H} = 1 - \frac{x}{S}$, $\frac{H}{h} = 1 + \frac{x}{S}$, und $\frac{HH}{hh} = 1 + \frac{2x}{S}$ anzunehmen, und so erhalten wir wenigstens eine nicht allzu verwickelte Gleichung zwischen v und x, bey der sich noch der Vortheil befindet, daß ein Theil von ihr in Vergleichung mit dem andern sehr klein ist, und daher seine höhern Potenzen ohne Nachtheil können weggelassen werden. So können wir demnach in die genauere Untersuchung mit dem glücklichsten Erfolge hineingehen; und wenn auch je in der genauern Bestimmung der Zeit nicht allen Foderungen der Analysis ein Genüge geleistet werden könnte, so werden doch unsere Absichten bey der Auflösung der Aufgabe alle erreicht seyn.

Ueber diese Grenze hinaus, fällt der Exponentialfaktor, die einzige Quelle aller Schwierigkeiten, aus der Gleichung völlig weg, sie wird sehr einfach, und sie wird es auch alsdann noch seyn, wenn an die Stelle von h sein wahrer Werth in x gesetzt wird. So erhalten wir denn eine Gleichung zwischen v und x, die uns in den Stand setzt, auch für diesen Fall die Aufgabe der Mechanik allgemein aufzulösen, wodurch die Bewegung eines Körpers bestimmt werden soll, der von einer gegebenen Centripetalkraft in einem widerstehenden Mittel beschleunigt wird.

Dreyzehnter Abschnitt.

Zweyte Periode der Bewegung in den untern Schichten der Atmosphäre, wo die Luft nicht mehr ganz gleichförmig ist, wo es aber erlaubt ist, den Fall des Barometers der Höhe proportional zu setzen.

Die Anwendung unserer allgemeinen Gleichung auf den Fall, wo die Abnahme der Dichtigkeit sich noch ohne merklichen Fehler wie die Höhe verhält, wird erreicht, indem $\frac{h}{H} = 1 - \frac{x}{S}$, $\frac{H}{h} = 1 + \frac{x}{S}$ angenommen wird.

Durch diese Veränderung wird in dem ganzen Ausdrucke von $\frac{v}{R}$, das erste Glied $= \frac{N-1}{N} - \frac{x}{NS}$; das zweyte erhält einen beständigen Werth, es wird $= \frac{R}{NNS}$. Der Exponent des dritten Gliedes wird nunmehr $-\frac{Nx}{R}$, und das ganze dritte Glied $\left(\frac{N-1}{N} + \frac{R}{NNS}\right) \frac{-Nx:R}{e}$. So ist demnach die ganze Gleichung:

$$\frac{v}{R} = \left(\frac{N-1}{N} + \frac{R}{NNS}\right)\left(1 - \frac{-NxR}{e}\right) - \frac{x}{NS}$$

Lassen wir in dieser Gleichung die Glieder weg, wo S im Nenner vorkömmt, so wird aus ihr das, was sie im eilften Abschnitte war, wo die Luft in der untersten Schichte als ganz gleichförmig dicht angesehen wurde.

So ist alsdann $\frac{v}{R} = \frac{N-1}{N}\left(1 - e^{-Nx:R}\right)$,

oder $\frac{Nv}{(N-1)R} = 1 - e^{-Nx:R}$. Und eben dieses $1 - e^{-Nx:R}$ war auch der Werth von $\frac{cc}{AA}$; vorausgesetzt, daß $AA = \frac{4(N-1)fR}{N}$, und c der Raum ist, den der Körper mit der Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde.

Es seye demnach, um die Veränderung, welche die Abnahme der Dichtigkeit der Luft in der Bewegung des Aerostats hervorbringt, besser übersehen zu können,

$1 - e^{-Nx:R} = XX$. So ist $x = -\frac{R\,Log.(1-XX)}{N}$;

$dx = \frac{R}{N} \cdot \frac{2X\,dX}{(1-XX}$; und die ganze Gleichung

$$\frac{Nv}{(N-)R} = \frac{cc}{AA} = XX + \frac{R}{N(N-1S)}$$

$$\left(XX + Log.(1-XX)\right)..$$

Da $e^{-Nx:R}$ ein Bruch ist, der wegen seines verneinten Exponenten sehr schnell abnehmen muß, so bald

x größer ist als R, so muß sich XX sehr schnell der Einheit nähern, und $1 - XX$ wird sehr schnell abnehmen. Der ganze Ausdruck also $XX + Log.(1 - XX)$ wird verneint, er erhebt sich bald zu einem beträchtlichen Werthe, und so wird es nun offenbar, daß schon bey einer halben Linie Abnahme der Barometerhöhe, der Aerostat sich nach Gesetzen bewegen müsse, die merklich von denjenigen verschieden sind, nach welchen er in einer ganz gleichförmigen Luft bewegt worden wäre.

Eben dieser schnellen Verminderung ist die beschleunigende Kraft unterworfen. In einer ganz gleichförmigen Luft wäre sie $= (N - 1) - \frac{Nv}{R}$, oder $(N - 1)(1 - XX)$ gewesen; sie hätte also zwar sehr schnell abnehmen, aber doch nie verneint werden können. Sie wird nunmehr $(N - 1)(1 - XX)\left(1 - \frac{x}{S}\right) - \frac{RXX}{NS}$. Der Faktor $1 - \frac{x}{S}$ trägt hier das wenigste zur Veränderung, dessen Unterschied von der Einheit kaum ein Fünfhunderttheilchen beträgt; und auch wenn wir ihn weglassen, wird das übrige des Ausdruckes $\left(N - 1 + \frac{R}{NS}\right)(1 - XX) - \frac{R}{NS}$ die beschleunigende Kraft sehr genau vorstellen. Diese muß nun wegen der unveränderlichen Größe des hinzugekommenen Gliedes $\frac{R}{NS}$, das immer abgezogen werden muß, und

der schnellen Abnahme des erstern $(N-1)(1-XX)$ sehr schnell abnehmen; sie muß völlig verschwinden, so bald $1-XX$ oder $e^{\frac{-Nx:R}{}} = \frac{R}{N(N-1)S}$;

das heißt, so bald $x = \frac{R}{N} Log. \frac{N(N-1)S}{R}$. Dies ist die Höhe, auf der die Geschwindigkeit die gröste ist; und diese gröste Geschwindigkeit selbst ist $\frac{v}{R} = \frac{N-1}{N}^{\frac{R}{NNS}}$; oder $\frac{cc}{AA} 1 - \frac{R}{N(N-1)S}$ und $c = A - \frac{AR}{2N(N-1)S}$. Sie ist also doch sehr wenig von der äußersten Grenze unterschieden, welcher sich in einem ganz gleichförmigen Mittel der Aerostat unendlich genähert, aber sie nie ganz erreicht hätte.

Endlich ist es uns nun auch möglich, einen Ausdruck für die Geschwindigkeit selbst, oder für das Verhältnis $\frac{c}{A}$ zu finden. Denn da $\frac{cc}{AA} = XX\left(1 + \frac{R}{N(N-1)S} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{XX}\right)$; so ist $\frac{c}{A} = X\left(1 + \frac{R}{2N(N-1)S} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{XX}\right)$. Setzen wir hier statt $2N(N-1)S$ die Größe D, so ist $\frac{c}{A} = X + \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{X}$, und $\frac{A}{c} = \frac{1}{X} - \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{X^3}$

Dies ist die Anweisung der Analysis, nach der ich meinen Aerostat Schritt vor Schritt verfolgen werde. Es enthält zu dem Ende meine erste Tafel für jede Höhe von zwey zu zwey Pariser Fuß, die Werthe von XX, und $1 - XX$. Ich habe nicht nöthig zu wiederholen, daß $XX = 1 - e^{-Nx:R}$ und $1 - XX = e^{-Nx:R}$; daß XX die Werthe der beyden unter sich gleichen Verhältnisse $\frac{Nv}{(N-1)R}$ und $\frac{cc}{AA}$ vorstellt, aus welchen das Quadrat der Geschwindigkeit des Aerostats gegeben wäre, wenn er in einer ganz gleichförmigen Luft, ohne alle Abnahme der Dichtigkeit bewegt würde. Man sieht aus diesen Tafeln, wie schnell $1 - XX$ abnehme, und XX oder $\frac{cc}{AA}$ sich der Einheit, und die Geschwindigkeit also ihrer grösten Grenze sich nähere.

X in Fußen.	1 — XX	XX.
0	0,0000000	0,0000000
2	0,7042058	0,2957942
4	0,4959056	0,5040944
6	0,3492194	0,6507806
8	0,2459223	0,7540777
10	0,1731798	0,8268202
12	0,1219542	0,8780458
14	0,0858808	0,9141192
16	0,0604578	0,9395422

18	0,0425888	0,9574112
20	0,0299913	0,9700087
22	0,0211201	0,9788799
24	0,0148728	0,9851272
26	0,0104735	0,9895265
28	0,0073775	0,9926225
30	0,0051929	0,9948961
32	0,0036576	0,9963424
34	0,0025757	0,9974243
36	0,0018138	0,9981862
38	0,0012773	0,9987227
40	0,0008995	0,9991005
42	0,0006334	0,9993666
44	0,0004460	0,9995539
46	0,0003141	0,9996859
48	0,0002212	0,9997788
50	0,0001558	0,9998442
52	0,0001097	0,9998903
54	0,0000772	0,9999228
56	0,0000544	0,9999456
58	0,0000383	0,9999617
60	0,0000270	0,9999730
62	0,0000190	0,9999810
64	0,0000134	0,9999866
66	0,0000094	0,9999906
68	0,0000066	0,9999934
70	0,0000047	0,9999953
72	0,0000033	0,9999967
74	0,0000023	0,9999977
76	0,0000016	0,9999984
78	0,0000011	0,9999989
80	0,0000008	0,9999992

Meine zweyte, nunmehr folgende Tafel, enthält für jede Höhe von 0 bis 80 Pariser Fuß, in ihrer zwoten Kolumne die Werthe von $\frac{Nx}{R}$, die zugleich die hyperbolischen Logarithmen von $1 - XX$ sind, und mit der Höhe x in einem beständigen Verhältnisse stehen; in ihrer dritten, die wirklichen Werthe von c oder AX; die Räume nemlich, die der Aerostat mit der in einer gleichförmigen Luft erhaltenen Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde zurücklegen würde, wenn er gleichförmig sich bewegte. A ist die Quadratwurzel aus $\frac{4(N-1)\int R}{N}$, im gegenwärtigen Falle 16,36696 Pariser Fuße: dies ist der Raum, den der Aerostat mit der Geschwindigkeit in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde, der er sich unendlich nähern müste, wenn die Dichtigkeit der Luft ohne alle Abnahme unvermindert bliebe; und die Höhe, die dieser Geschwindigkeit zugehört, beträgt 4,4357 Fuße.

x	*Log.* $(1 - XX)$	c
0	0,0000000	1,00000
2	0,3506849	8,90159
4	0,7013698	11,62048
6	1,0520547	13,20339
8	1,4027396	14,21268
10	1,7534245	14,88242
12	2,1041094	15,33652
14	2,4547943	15,64839

16	2,8054792	15,86451
18	3,1561641	16,01465
20	3,5068490	16,11966
22	3,8575339	16,19320
24	4,2082188	16,24480
26	4,5589037	16,28121
28	4,9095886	16,30648
30	5,2602735	16,32446
32	5,6109584	16,33720
34	5,9616433	16,34590
36	6,3123282	16,35211
38	6,6630131	16,35650
40	7,0136980	16,35900
42	7,3643829	16,36178
44	7,7150678	16,36332
46	8,0657527	16,36440
48	8,4164376	16,36515
50	8,7671225	16,36569
52	9,1178074	16,36607
54	9,4684923	16,36633
56	9,8191772	16,36652
58	10,1698621	16,36665
60	10,5205470	16,36675
62	10,8712319	16,36681
64	11,2219168	16,36685
66	11,5726017	16,36688
68	11,9232866	16,36691
70	12,2739715	16,36693
72	12,6246564	16,36694
74	12,9753413	10,36695
76	13,3260262	10,36695
78	13,6767111	16,36695
80	14,0273960	15,36625

Nach Anleitung der allgemeinen Formel $\frac{c}{A} = X + \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{X}$ oder $\frac{c}{A} = X + \frac{RX}{D} - \frac{Nx}{D} = X - \left(\frac{Nx - RX}{D}\right)$ würde es nicht schwer seyn, auch für jede x die Abweichung $\frac{Nx - XR}{D}$ zu berechnen, um die die Geschwindigkeit des Körpers nun wegen der Abnahme der Dichtigkeit der Luft, kleiner werden muß, als sie wäre, wenn die Luft gleichförmig, mit unveränderter Dichtigkeit fortgienge. Ich hatte diese Berechnung wirklich angefangen, allein ich sehe mich, zu meinem Verdrusse, durch die Kürze der Zeit genöthigt, eine Arbeit zu unterbrechen, die außerordentlich mühsam ist, und bey der es mir unmöglich seyn würde, mein Werk nach dem ganzen vollständigen Plane auszuführen, den ich einmal den Kennern der Mathematik und Physik vorgelegt habe, und der ohnehin für zween Monate weitläufig genug war. Die Mathematik verliert bey dieser Eilfertigkeit nicht viel. Die analytische Formel sagt uns einmal so viel, daß, da in dem Ausdrucke der Abweichung das verneinte Glied XR sich sehr schnell dem beständigen Werthe R nähert, eben dieses Glied vor dem immer zunehmenden bejahten Gliede Nx bald verschwinden, und daher die Abweichung sehr geschwind, und schon auf einer Höhe von zehn Toisen mit der Höhe in gleichem

geometrischem Verhältnisse zunehmen müsse; so lange nemlich, als diese Höhe nicht allzu groß wird; und es erlaubt ist, den Fall des Barometers der Höhe proportional zu setzen. Es hört demnach unsere Gleichung bald auf, die Geschwindigkeit des Aerostats nach ihrem ganzen Werthe anzugeben, um so viel mehr, da bey einer gewissen Höhe auch die höhern Potenzen des Bruches $\frac{x}{S}$ anfangen merklich zu werden, und es ohne einen beträchtlichen Fehler nicht mehr erlaubt seyn würde, sie fallen zu lassen. Unsere Gleichung würde demnach zur Bestimmung der Geschwindigkeit bald unbrauchbar werden; und schon diese Aufgabe, die leichteste unter allen, die sich uns bey einer vollständigen Untersuchung der Bewegung eines Aerostats darbieten, würde über die Grenzen der Analysis hinausgehen, wenn nicht zum Glücke der Antheil, den der Exponential-Faktor an der der ganzen Gleichung hat, bald völlig aufhörte, und sie alsdann selbst ungleich einfacher würde.

Der wichtigste Punkt in dieser ganzen Periode, der mehr als irgend ein anderer verdient, aufs genaueste bestimmt zu werden, ist derjenige, wo die Geschwindigkeit die gröste, und die beschleunigende Kraft, von deren Richtung es abhängt, ob die Geschwindigkeit vermehrt oder vermindert werden soll, null wird, und von ihrem bejahten Werthe auf den verneinten übergeht. Aus dem

allgemeinen Ausdrucke der beschleunigenden Kraft in dieser Periode : $(N-1)(1-XX) - \frac{RXX}{NS}$ erhalten wir den Werth von $1 - XX$ oder $e^{-Nx:R}$, der alsdann statt hat, wenn die beschleunigende Kraft ganz verschwindet : er ist $\frac{R}{N(N-1)S} = \frac{2R}{D}$; und hieraus die Höhe x selbst ; sie ist $\frac{R}{N} Log. \frac{D}{2R}$. Bestimmen wir aus dieser Höhe die Geschwindigkeit, ohne auf die Abnahme der Dichtigkeit der Luft Rücksicht zu nehmen, nach unserer ersten Formel $\frac{Nv}{(N-1)R} = \frac{cc}{AA} = XX$, so wird für diese Höhe die Geschwindigkeit des Aerostats $\frac{c}{A} = 1 - \frac{R}{D}$. Soll die Abnahme der Dichtigkeit mit in Rechnung gebracht werden, so ist für sie $\frac{Nx}{D} = \frac{R}{D} Log. \frac{D}{2R}$; und $\frac{RX}{D} = \frac{R}{D} - \frac{RR}{2DD}$. Der ganze Werth von $\frac{c}{A}$ also, oder $X + \frac{RX}{D} - \frac{Nx}{D}$ in $1 - \frac{R}{D} Log \frac{D}{2R}$: und $\frac{cc}{AA}$, oder $\frac{Nv}{(N-1)R} = 1 - \frac{2R}{D} Log. \frac{D}{2R}$.

In unserm Falle also, wo $N = \frac{16}{9}$, $N - 1 = \frac{7}{9}$, und $N(N-1) = \frac{112}{71}$; wo S als die Subtangente 26200 Fuße und R als $\frac{5}{3}$ des Halbmessers der Kugel, $\frac{365}{36}$ eines Fußes

beträgt, ist also für die Höhe x, auf welcher die Geschwindigkeit ihre äußerste Grenze erreicht hat, der hyperbolische Logarithme von $\frac{D}{2R}$ oder $\frac{N(N-1)S}{R} =$ 8,181186; die ganze Höhe also = 46,658326 Pariser Fußen. Der Werth von $\frac{Nv}{(N-1)R}$ oder $\frac{cc}{AA}$ ist 0,9977943; und $\frac{v}{R} =$ 0,4365350; ein Verhältnis, das mit unserer Tafel der aufeinander folgenden Werthe von $\frac{v}{R}$, sehr genau übereinstimmt. Der Raum c, den der Körper mit dieser grösten Geschwindigkeit in einer Sekunde gleichförmig zurückgelegt hätte, ist 16,3489 Fuße; und die Abnahme der Dichtigkeit der Luft, oder $\frac{H-h}{H}$ auf dieser Höhe 0,0017809. Bey **Meusnier** findet sich die Höhe x, auf der der Ball seine gröste Geschwindigkeit erreichte, auf 47,75; und diese Geschwindigkeit selbst auf 15,72 Pariser Fuße in einer Sekunde bestimmt. Eine noch genauere Bestimmung der Höhe x wäre folgende

$$x = \frac{R}{N}\left(1 - \frac{R}{NS}\right) Log. \frac{D}{2R}.$$

Ungleich wichtiger, aber auch ungleich schwerer ist die Untersuchung der Zeit: auf welche uns, so unvollständig sie auch immer bleiben wird, doch nichts anders führen kann, als die allgemeine Differentialgleichung $\frac{dt}{\tau} = \frac{dx}{c}$. dx kann hier nicht in dem Differentiale der Zeit bleiben;

indem der Werth von $\frac{1}{c}$, in x ausgedrückt, Irrational-Größen bey sich führt, bey welchen die veränderliche Größe $-\frac{N\,x}{R}$ die Stelle des Exponenten vertritt; wir erhielten auf diesem Wege eine Differentialgleichung, die unter dieser Gestalt wenigstens durch kein Hilfsmittel der Analysis mehr integrirt werden könnte. Es seye demnach, wie vorhin, $1 - e^{-Nx:R} = XX$; so wird $dx = \frac{R}{N} \cdot \frac{X\,dX}{1-XX}$; und dann ist $\frac{1}{c} = \frac{1}{AX} - \frac{R}{AD} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{X^3}$. Es ist demnach $\frac{dx}{c} = \frac{R}{AN} \cdot \frac{2\,dX}{1-XX} - \frac{R}{AN} \cdot \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2\,dX}{1-XX}$; und eben dieses soll auch der Werth von $\frac{dt}{\tau}$ seyn. Man dividire auf beyden Seiten der Gleichung durch $\frac{R}{AN}$, so erhält man $\frac{2\,dX}{1-XX} - \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2\,dX}{1-XX} = \frac{AN\,dt}{R\tau}$; oder da $A = 2\sqrt{\frac{(N-1)\int R}{N}}$, ist eben dieses Differential $= \frac{2\,dt}{\tau}\sqrt{\frac{N\,(N-1)\,S}{R}}$.

Statt des Ausdruckes $\frac{2}{\tau}\sqrt{\frac{N(N-1)\,S}{R}}$, haben wir schon oben die beständige Größe $\frac{1}{T}$ eingeführt; es stellt hier T eine Anzahl von Sekunden vor; eine Zeit, die

gleich ist $\tau \sqrt{\frac{R}{4N(N-1)S}}$; und die sich muß bestimmen lassen, wenn N und R gegeben sind. Es ist demnach unsere Differentialgleichung für die Zeit folgende:

$$\frac{dt}{T} = \frac{2dX}{1-XX} - \frac{R}{D} \cdot \frac{XX + Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$$

Der erste Theil dieses Differentials ist eben derjenige, der in der allererſten Periode der Bewegung, wo die Luft als ganz gleichförmig, und ohne alle Abnahme ihrer Dichtigkeit fortgehend angenommen wurde, das ganze Differential allein ausmachte. Sein Integral ist entschieden; es ist nemlich $Log. \frac{1+X}{1-X}$. In so weit wäre also unsere Gleichung $\frac{t}{T} = Log. \frac{1+X}{1-X}$.

In eben diesem Falle ist auch der eine Theil der Abweichung, $\frac{R}{D} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$: seine Integral ist $\frac{R}{D} Log. \frac{1+X}{1-X}$. Zum Unglücke ist das der kleinere Theil des Integrals, der vor dem andern verschwindet, und völlig aus der Berechnung der Zeit weggelassen werden muß, so lang der andere, ungleich größere Theil, nicht bekannt ist. Er entfernt uns von dem wahren Ausdrucke der Zeit; denn da er positiv ist, und von $Log. \frac{1+X}{1-X}$ abgezogen werden soll, so wird durch ihn die Zeit, in der der Raum x zurückgelegt wird, wegen der Abnahme der Dichtigkeit der Luft kürzer, als sie seyn würde, wenn

diese Luft immer sich gleich bliebe. Allein wir haben gesehen, daß eben wegen dieser Abnahme die Geschwindigkeit des Aerostats vermindert wird; und eine nothwendige Folge hievon ist, daß die Zeit, in der ein gegebener Raum zurückgelegt werden soll, verlängert werden muß. Das Differential dieser Verlängerung ist $\frac{R}{D} \cdot \frac{-XX - Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$; oder, wenn statt $-Log.(1-XX)$ sein wahrer Werth $\frac{Nx}{R}$ gesetzt wird, $\frac{Nx = RXX}{DXX} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$.

Von diesem Differential ist nun der zweyte verneinte Theil, eben der, von dem sich das Integral angeben läßt, gerade der unbeträchtlichste; indem der gröste Werth von XX, den es erst im Unendlichen erreichen kann, die Einheit selbst ist. Der erste bejahte Theil aber steigt bis ins Unendliche: und hörte diese ganze Periode der Bewegung nicht bald auf, so würde uns das Differential einer Größe, die in den ganzen Ausdruck der Zeit einen so merklichen Einfluß hat, in die gröste Verlegenheit setzen.

Ich habe das vollkommene Integral von $\frac{Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$ noch mit keinem Hilfsmittel der Analysis ausfindig machen können.

Es läßt sich das ganze Differential in eine unendliche Reihe auflösen. Es ist $\frac{-XX - Log.(1-1XX)}{XX} =$ $\frac{XX}{2} + \frac{X^4}{3} + \frac{X^6}{4} + \frac{X^8}{5} + \frac{X^{10}}{6}$ + &c. Diese ganze Reihe durch $1-XX$ dividirt, wird $\frac{XX}{2} + \frac{5}{6}X^4 + \frac{13}{12}X^6 + \frac{77}{60}X^8 + \frac{29}{20}X^{10}$ + &c. Die Coefficienten dieser Reihe entstehen aus der harmonischen Reihe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ &c. Das erste Glied dieser Reihe $\frac{1}{2}$ ist auch unser erster Coefficient. Der zweyte Coefficient ist $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$. Der dritte $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. Der vierte $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$. Ein Beweis, daß die Coefficienten unserer Reihe bis ins Unendliche zunehmen. So wäre demnach unser Differential $\frac{-XX - Log.(1-XX)}{XX} \cdot \frac{2dX}{1-XX}$ durch folgende unendliche Reihe ausgedrückt: $XX\,dX + \frac{5}{3}X^4\,dX + \frac{13}{6}X^6\,dX + \frac{77}{30}X^8\,dX + \frac{29}{10}X^{10}\,dX$ + &c. Das Integral dieser Reihe ist $\frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{3} + \frac{13}{42}X^7 + \frac{77}{270}X^9 + \frac{29}{110}X^{11}$ + &c. Dieses also mit dem sehr kleinen Bruche $\frac{R}{2N(N-1)S}$ multiplicirt, wird unsere Abweichung seyn.

Allein diese ganze Reihe verspricht uns wenig Vortheile. Die Coefficienten nehmen zwar wirklich ab, aber für unsere Absichten noch viel zu langsam. Von der

Abnahme der Potenzen X^3, X^5, X^7, X^9, ist gar nichts zu erwarten; denn X nähert sich schon nach dem Verlaufe einiger Sekunden der Einheit so schnell, daß diese Abnahme beynahe unmerklich wird. Es wäre, mit einem Worte, eben so unmöglich, sich dieser Reihe zur Berechnung der Abweichung zu bedienen, als es möglich wäre, den Logarithmen von $1 - XX$ vermittelst der unendlichen Reihe $-XX - \frac{XX}{2} - \frac{X^3}{3} - \frac{X^4}{4} - \frac{X^5}{5}$ &c. für den Fall zu berechnen, wo XX von der Einheit sehr wenig sich entfernte.

Wir können doch von dem Umstande, daß XX sehr schnell sich der Einheit nähert, noch einen andern Vortheil ziehen. Ich gebe meinem Differentiale $\frac{Log.\ (1 - XX)}{XX} \cdot \frac{2\,dX}{1 - XX}$ folgende Gestalt: $\frac{Log.\ (1 - XX)}{X^3} \cdot \frac{-2X\,dX}{1 - XX}$. Ich sehe den Renner X^3 als eine beständige Größe an; eine Voraussetzung, die sehr schnell richtig zu werden anfängt. So wird demnach mein Differential $-Log.\ (1 - XX)\ \frac{2\,X\,dX}{1 - XX}$; das ist, $Log.\ (1 - XX)\ d\ Log.\ (1 - XX)$. Das Integral dieses Differentials ist $\frac{1}{2}\ Log.^2\ (1 - XX)$; oder $\frac{N\,x\,x}{4\,R\ (N - 1)\,S}$. Und so wäre dann einigermassen eine Abweichung auch bey der Zeit angegeben, die wenigstens zu ihrer Rechtfertigung so viel für sich hat,

Daß sie im ersten Augenblicke der Bewegung o ist, und mit der Höhe zunimmt. Sehr weit kann der Ausdruck $\frac{N x x}{4 R (N - 1) S}$ nicht von der wahren Abweichung entfernt seyn; indem die Voraussetzung, daß X^3 eine beständige Größe sey, nur in den ersten Augenblicken der Bewegung fehlerhaft ist, in welchen die Abweichung ohnehin unmerklich seyn muß; und schon zu Ende der ersten Sekunde, wo sie merklich zu werden anfängt, die die Größe X^3 sich der Einheit so schnell nähert, daß die Voraussetzung, sie seye ihr ganz gleich, uns nicht merklich von der Wahrheit entfernen kann. Eine traurige Frucht dieser Rechnung ist diese, daß die Abweichung mit dem Quadrate der Höhe zunehmen müsse: daß sie also schon auf einer Höhe von hundert Toisen alle unsere Resultate merklich verändern, und die Theorie der Bewegung eines Aerostaten äußerst schwer machen würde, wenn nicht zum Glücke diese ganze zweyte Periode sich sehr geschwind endigte.

Muthmassungen sind die Sache der Geometrie und Analysis nicht: und so bleibt uns denn zu unserer ganzen Bestimmung der Zeit nur der erste Theil des Integrals übrig, auf den wir uns mit Gewißheit verlassen können: es ist eben derjenige, der in der grösten Strenge erst alsdann wahr seyn würde, wenn die Dichtigkeit der Luft ohne alle Abnahme sich selbst gleich bliebe. Es kann auch

diese Abnahme auf die Zeit den beträchtlichen Einfluß nicht haben, den sie auf die Geschwindigkeit hatte. Bey dieser war es unentbehrlich, die Abweichung genau zu kennen; denn ohne sie hätte die Geschwindigkeit kein Gröstes mehr, sie gienge immer mit der Höhe zunehmend fort. Bey der Zeit aber, deren Gang viel gleichförmiger ist, und die während dieser ganzen zweyten Periode nie über sechs Sekunden betragen kann, scheint die Abweichung, die höchstens etwa den hundertsten Theil des Ganzen betragen könnte, ohne einen nachtheiligen Einfluß auf die Rechnung ganz weggelassen werden zu können. So wäre dann $\frac{t}{T} = Log. \frac{1+X}{1-X}$.

In dieser Gleichung ist $T = \tau \sqrt{\frac{R}{4N(N-1)S}}$;

in unserm Falle $\tau \sqrt{\frac{81R}{448S}}$; das ist, da $R = 10{,}1388$ und $S = 15{,}0976$ Pariser Fußen, und τ eine Sekunde vorstellt, $0{,}3484534$ Sekunden: dies ist in unserm Falle der eigentliche Werth der Zeit T. Mit dem Decimalbruche also $0{,}3484534$ muß der hyperbolische, oder mit $0{,}8023436$ der gemeine Logarithmus von $\frac{1+X}{1-X}$ multiplicirt werden, um die Zeit t in Sekunden zu erhalten, in der der Raum x zurückgelegt wird.

Auf diesen Gründen beruht nun folgende Tafel. Sie enthält in ihrer linken Reihe die Höhen x, die von o

bis auf sechzig Fuße in einer arithmetischen Reihe fortgehen, deren beständiger Unterschied, zwey Fuße beträgt: in der andern, die mit 0,8023436 multiplicirten gemeinen Logarithmen der Brüche $\frac{1+X}{1-X}$ oder

$$\frac{1+\sqrt{\left(1-e^{-Nx:R}\right)}}{1-\sqrt{\left(1-e^{-Nx:R}\right)}};$$

das ist, die Zeiten t in Sekunden.

Höhe x.	Zeit t.	Unterschied.
0	0,000	0,000
2	0,425	0,425
4	0,618	0,193
6	0,779	0,161
8	0,923	0,144
10	1,062	0,139
12	1,194	0,132
14	1,323	0,129
16	1,450	0,127
18	1,575	0,125
20	1,700	0,125
22	1,824	0,124
24	1,948	0,124
26	2,072	0,124
28	2,195	0,123
30	2,318	0,123
32	2,441	0,123
34	2,564	0,123
36	2,687	0,123

Höhe x.	Zeit t.	Unterschied.
38	2,810	0,123
40	2,932	0,122
42	3,054	0,122
44	3,176	0,122
46	3,298	0,122
48	3,420	0,122
50	3,542	0,122
52	3,664	0,122
54	3,786	0,122
56	3,908	0,122
58	4,030	0,122
60	4,152	0,122

Die Uebereinstimmung dieser Tafel mit der Theorie ist auffallend; und dies muß sie auch seyn, wenn sie richtig seyn soll. Man sieht aus ihr, daß der Aerostat, so wie er sich erhebt, immer gleiche Räume in kleinern Zeittheilchen zurücklegt; und dies muß auch seyn, da seine Geschwindigkeit immer zunimmt. Allein eben diese Geschwindigkeit, die im Anfange sehr schnell zunahm, nähert sich bald einer gewissen Grenze, und hört dann auf zu wachsen, sie bleibt sich selbst gleich. Es nehmen daher auch die Unterschiede der Zeit sehr schnell ab, sie werden sich selbst gleich, und noch ehe die dritte Sekunde vorüber ist, legt der Körper den Raum von zwey Fußen in dem beständig gewordenen Zeittheilchen von 0,122 Sekunden zurück. Eben diese Terminal-Geschwindigkeit

haben wir auf 16,36696 Pariser Fuße in einer Sekunde festgesetzt: eine neue Uebereinstimmung mit unserer Tafel; denn der Körper, der 16,36696 Fuße in einer Sekunde zurückgelegt, wird zwey Fuße in 122 Tausendtheilchen einer Sekunde zurücklegen müssen. In der ersten Sekunde seines Aufsteigens hätte der Körper im leeren Raume (N — 1) 15,0976 Fuße znrückgelegt; das ist, 11,7426 Fuße: das lehrt uns die erste Theorie der beschleunigenden Kräfte. Und nun sehen wir aus unserer Tafel, daß er in dieser ersten Sekunde sich nicht höher als beynahe auf 10 Fuße erheben kann. So groß ist also die Wirkung des Widerstandes: er ist Ursache, daß der Körper nun zwey Fuße weniger zurücklegt, als er ohne ihn zurückgelegt hätte.

Endlich ist noch übrig, daß die Zeit genau berechnet werde, in der der Aerostate sich bis auf die Höhe von 46,658326 Pariser Fuße erhebt, auf der seine Geschwindigkeit die gröste ist. Für diese Höhe ist, ohne auf die Abweichung Rücksicht zu nehmen, $1 - \frac{e}{N x : R}$ oder $XX = 1 - \frac{R}{N(N-1)S}$, und $X = 1 - \frac{R}{2N(N-1)S}$. So wird dann der Bruch $\frac{1+X}{1-X} = \frac{4N(N-1)S}{R}$; und das Verhältniß $\frac{t}{T} = Log. \frac{4N(N-1)S}{R}$; die Zeit t in Sekunden

$$\sqrt{\frac{R}{4N(N-1)f}} \cdot \textit{Log. hyp.} \frac{4N(N-1)S}{R}.$$

Der hyperbolische Logarithmus von $\frac{4N(N-1)S}{R}$ ist 9,5674804; und so wird in unserm Falle die gesuchte Zeit = 3,3338 Sekunden: eine Angabe, die sehr genau mit unserer Tafel übereinstimmt, nach welcher für die Höhe zwischen 46 und 48 Fußen die gesuchte Zeit zwischen 3,198 und 3,420 Sekunden fallen muste. Herr **Meusnier** bestimmt diese Zeit auf 5,546 Sekunden; allein **Meusnier** hat hier zuverläßig gefehlt, der Fehler mag auch herkommen, woher er wolle.

Das wäre dann unsere zweyte Periode der Bewegung, deren besondere Untersuchung uns der sehr beträchtliche Einfluß der beynahe unmerklichen Abnahme der Dichtigkeit der Luft schon auf einer halben Linie Barometerfalle, und die merklichen Veränderungen, die diese Abnahme in der Bewegung des Aerostats hervorbringt, unentbehrlich machte. Der Mittelpunkt dieser Periode ist da, wo die Geschwindigkeit des Körpers ihre gröste Grenze erreicht hat: sie erstreckt sich eigentlich durch die ganze erste Periode, indem selbst in dem ersten Augenblicke der Bewegung, wo die Höhe noch unendlich klein ist, eben wegen dieser Abnahme der Dichtigkeit der Luft, die beschleunigende Kraft nicht $(N-1)(1-XX)$ sondern $(N-1)(1-XX)-\frac{RXX}{NS}$; und die Ge-

schwin-

schwindigkeit c nicht AX, sondern $AX+\frac{AR}{2N(N-1)S}$ ist. Sie lauft noch auf einige Toisen Höhe in die dritte Periode hinaus, und verliert sich dort, wo in unserer allgemeinen Gleichung der Exponential = Faktor vor den beyden übrigen Gliedern völlig verschwindet. Die Analysis machte uns diese zweyte Periode nothwendig; denn unmittelbar konnte die erste Periode nicht in die dritte übergehen, so wie überhaupt keine krumme Linie ihre Axe in zween Punkten schneiden kann, ohne irgendwo mit ihr parallel zu werden; an der Stelle nemlich, wo ihre Ordinate ein grösstes, und das Differential der Ordinate = o ist.

Allein zu den Absichten, die die Gesellschaft durch den Gebrauch der Aerostaten erreichen kann, ist diese ganze Untersuchung überflüssig, und wir können hier der Mühe überhoben seyn, in diesen ersten Augenblicken der Bewegung zur Zeit und Geschwindigkeit eine Abweichung zu berechnen, die nie der hundertste Theil eines Ganzen seyn könnte, das für die Höhe höchstens einige Toisen, und für die Zeit höchstens einige Sekunden beträgt. So ist es uns denn erlaubt, zwischen der ersten und dritten Periode den Punkt zur Grenze anzunehmen, wo die Geschwindigkeit die gröste ist. In der erstern ist die Bewegung des Körpers diejenige, die sie in einem widerstehenden gleichförmigen Mittel seyn würde. Und wie es sich mit ihr in der leztern verhalten wird, das soll im folgenden Abschnitte untersucht werden.

Vierzehnter Abschnitt.

Dritte Periode der Bewegung des Aerostats in den höhern Regionen der Atmosphäre; bis dahin, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht.

Wir haben den Aerostat auf der Höhe verlassen, wo seine Geschwindigkeit, die vom ersten Augenblicke der Bewegung an, zunehmen mußte, ihren grösten Werth erreicht hatte, und nun wieder bis auf Null allmählich fallen muß; auf der Höhe nemlich, wo er mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Wir haben ihn auf der Höhe verlassen, wo die beschleunigende Kraft, die im Anfange der Bewegung N — r gewesen war, und die von dem entgegenwirkenden Widerstande der Luft immer vermindert werden mußte, endlich ganz aufgehoben wurde, nunmehr verneint der Bewegung des Aerostats entgegen wirkt, langsam zunimmt, allein selbst auf der Höhe, wo er mit der atmosphärischen Luft im Gleichgewichte steht, dem zweytausendsten Theil unserer Schwere nie gleich werden kann. Noch hört zwar der Antheil des Exponentialfaktors, der das dritte Glied unserer allgemeinen Gleichung ist, an dem Ausdrucke der

Geschwindigkeit des Körpers und der beschleunigenden Kraft, von der seine ganze Bewegung abhängt, nicht völlig auf: allein es ist nur noch um einige Sekunden zu thun, so wird dieser Exponentialfaktor aus beyden Gleichungen völlig wegfallen, und beyde Ausdrücke für die beschleunigende Kraft und die Geschwindigkeit werden sehr einfach seyn; für die leztere haben wir alsdann $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$ und die erstere ist $= -\frac{RH}{NSh}$.

Ich fange bey der beschleunigenden Kraft an. Sie muß sich zur Schwere verhalten, wie $\frac{H}{h} : \frac{NS}{R}$; das ist, wie $e^{\frac{x}{S}} : \frac{NS}{R}$. Die Zeichnung dieser beschleunigenden Kraft also ist nun sehr leicht: sie und die Höhe sind die Coordinaten einer logarithmischen Linie, deren Subtangente $= S$ ist; und die nach folgender Regel gezeichnet werden müßte.

Man nehme eine unbestimmte Linie BE für die Asymptote dieser Linie an. Man richte auf ihr in irgend einem ihrer Punkte B die senkrechte Linie BC auf, als eine ihrer Ordinaten, und nehme sie $= \frac{R}{N}$. Man führe durch C die logarithmische CMD, deren Subtangente S sey, und die sich dem Theile der Asymptote, der unterhalb der Ordinate BC liegt, unendlich nähere, von dem Theile aber über ihr BE, sich immer weiter entferne. *Fig. VII*

So verhält sich nun die beschleunigende Kraft im Horizonte, zu jeder andern auf einer Höhe $BN = x$, wie die Ordinate BC zur Ordinate NM. Und eben diese beschleunigende Kraft auf der Höhe $BN = x$ verhält sich zu unserer Schwere, wie die Ordinate MN zur Subtangente S. Der Beweis dieses Satzes beruht auf der Gleichung der logarithmischen Linie $\frac{BN}{S} = Log. \frac{MN}{BC}$; und da eben dieses $\frac{BN}{S} = Log. \frac{H}{h}$ seyn muß, so ist $MN : BC = H : h$; und in dem umgekehrten Verhältnisse von $H : h$ steht eben die beschleunigende Kraft, indem sie $= \frac{RH}{NSh}$ seyn muß; und sich immer zu unserer Schwere verhält, wie $\frac{R}{NS} : \frac{h}{H}$; das ist, wie $\frac{BC}{S} : \frac{BC}{MN}$; ein Verhältnis, das nach den ersten Gründen der Arithmetik mit diesem $MN : S$ eben dasselbe seyn muß.

Es versteht sich nun von selbst, daß die wahre Linie der beschleunigenden Kraft erst auf der im vorigen Abschnitte bestimmten Höhe anfangen könne, unsere logarithmische Linie CMD zu seyn. Von dieser Höhe gegen den Horizont zu wird sie sich von der Linie CMD merklich entfernen, sie wird sich sehr schnell ihrer Asymptote nähern, sie wird sie schneiden auf einer Höhe $BN = \frac{R}{N} Log. \frac{N(N-1)S}{R}$; sie wird sodann auf die andere Seite der Axe hinüber gehen, und dann der Ordinate AB in einer Entfernung von B, die $= (N-1)R$

begegnen. Allein dieser dem Horizonte nähere Theil der wahren Linie der beschleunigenden Kraft ist in Vergleichung mit dem übrigen Theile beynahe unmerklich klein, und dieser leztere ist eben die logarithmische Linie CMD, so wie wir sie bestimmt haben.

Auf der Höhe, wo $H = N h$, und $BE = S\ Log.\ N$; steht die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte, und auf dieser Höhe müßte sie nach den eigentlichen Gesetzen der Statik ewig stehen bleiben, wenn nicht aus mehrern Ursachen, die die Naturlehre bey weitem noch nicht alle kennt, die absolute Federkraft der innern Luft, die allein die Kugel in ihrer Ausdehnung erhielt, und sie dadurch leichter als die sie umgebende Luft machte, endlich zu wirken aufhören müßte. Es ist dieselbe Höhe $BE = S\ Log.\ N$; und die zugehörigen Ordinate unserer Linie $DE = R$. Es verhält sich auf derselben Höhe, die beschleunigende Kraft zu unserer Schwere, wie der Exponent des Widerstandes zur Subtangente.

Ueber E hinaus erstreckt sich zwar unsere Linie der beschleunigenden Kraft noch bis ins Unendliche: allein da eben wegen dem Widerstande der Luft der Aerostate da aufhört bewegt zu werden, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, so ist dieser ganze Theil der Linie, jenseits der Ordinate DE für unsere Absichten unbrauchbar: er hat auf die Theorie der Bewegung eines Aerostats keinen Einfluß mehr.

Die Höhe v, die in der Region der Atmosphäre, in welcher der Barometerstand $= h$ ist, der Geschwindigkeit des Körpers zugehört, wird durch die Gleichung bestimmt: $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$. Das zweyte Glied dieser Gleichung nimmt zwar mit der beschleunigenden Kraft zu, und steht mit ihr in einem geraden quadratischen Verhältnisse; allein wegen dem sehr kleinen Faktor $\frac{R}{NNS}$ den es bey sich führt, ist dieses in Vergleichung mit dem erstern so klein, daß wir ohne einen nachtheiligen Einfluß auf die Resultate unserer Rechnung, sein Quadrat und seine höhern Potenzen völlig weglassen, und es in allem als eine Differentialgröße behandeln können. Ganz auf dem Horizonte würde dieses Glied allein $\frac{R}{NNS}$, und auf der Höhe, wo die Kugel im Gleichgewichte steht mit der sie umgebenden Luft, $= \frac{R}{S}$ seyn.

Das erstere Glied aber $1 - \frac{H}{Nh}$ ist ungleich das wichtigste. Es ist dieses Glied auf dem Horizonte $\frac{N-1}{N}$, und dort wird es zugleich mit dem andern Gliede $\frac{R}{NNS}$, von dem beständigen, verneinten Faktor des dritten Gliedes $\frac{N-1}{NN} + \frac{R}{NNS}$ aufgehoben, und die Geschwindigkeit des ruhenden Aerostaten, der im Begriffe ist seine

Reise anzutreten, wird das was sie seyn soll, nemlich $= o$. Mit zunehmender Höhe und abnehmender Dichtigkeit der Luft wird dieses Glied, und mit ihm der ungleich größere Theil der Höhe, welcher die Geschwindigkeit des Körpers zugehört, immer kleiner, es nimmt nach einem sehr einfachen Gesetze ab; es wird auf der Höhe $= o$, auf welcher die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht; und würde die Bewegung des Körpers noch über diese Höhe hinaus fortgesetzt, so würde dieses Glied verneint werden. Auf dieser Höhe also wird noch nicht die ganze Geschwindigkeit des Aerostaten $= o$; es bleibt noch das zweyte, immer bejahte Glied, $\frac{RHH}{NNS\,hh}$ oder in diesem Falle $\frac{R}{S}$ übrig, das also in diesem Augenblicke die Geschwindigkeit des Körpers allein ausdrückt. Der Aerostate kömmt nemlich auf der Höhe, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, nicht ohne alle Bewegung an; er hat noch eine kleine Geschwindigkeit übrig, mit der er seinen Weg fortsetzen wird, bis auch diese erschöpft ist. Allein da über diese Höhe hinaus auch die specifische Leichtigkeit des Körpers verneint und eine wirkliche Schwere wird, da Widerstand der Luft und Schwere des Körpers nun unter gleicher Richtung, vereinigt dem Körper entgegen wirken; so muß wohl die Höhe, die er noch zurücklegen kann, ein unendlich Kleines seyn.

Auch diese Höhe liegt nicht außerhalb der Sphäre unserer Analysis: sie muß in der quadratischen Gleichung enthalten seyn: $1 - \frac{H}{Nh} + \frac{R}{S} \cdot \frac{HH}{NNhh} = 0$. Der Werth von $\frac{H}{Nh}$, der dieser Gleichung ein Genüge leistet, ist $1 + \frac{R}{S}$. So wird denn die Höhe x, die für $\frac{H}{Nh} = 1$, durch S *Log.* N ausgedrückt war, bis dahin, wo der Aerostate ganz aufgehört, bewegt zu werden, S *Log.* N + R; er legt also von der Stelle an, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte stand, vermöge der ihm noch übrig gebliebenen Geschwindigkeit den Raum R zurück. Ich bemerke hier im Vorbeygehen, daß für den gegenwärtigen Fall, wo Dichtigkeit des Körpers der bewegt wird, und Dichtigkeit der Materie, die widersteht, unter sich gleich sind, diese Höhe R der Exponent des Widerstandes selbst ist.

Der geometrische Ort unserer unbestimmten Gleichung $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$ würde ziemlich verwickelt seyn, wenn beyde Glieder dabey in Rechnung gebracht werden sollten: denn in diesem Falle müßte schon die Linie, deren Coordinaten v und h sind, eine Linie der dritten Ordnung seyn. Lassen wir bey dieser Untersuchung das zweyte Glied ganz weg, so ist die Gleichung nur noch $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} = 1 - \frac{e^{x:S}}{N}$; und nun wird der ge-

metrische Ort dieser Gleichung eine Logistica, deren Subtangente auch S ist. Es ist demnach eben die Linie, an der wir auch die beschleunigende Kraft beobachtet haben; nur muß es genauer bestimmt werden, welches für unsern Fall ihre Coordinaten seyn sollen.

Da die Barometerhöhe im Horizonte H, sich zu der auf der Höhe B N = x, das ist, zu h verhält, wie die Ordinate N M zur Ordinate B C, so ist demnach $\frac{v}{R} = \frac{N.BC - MN}{N.BC.}$; und da wir B C $= \frac{R}{N}$ angenommen haben, und daher N. B C diese Linie R selbst ist, so erhalten wir daraus $\frac{v}{R} = \frac{R - MN}{R}$; es ist also v der Unterschied der Ordinate M N und der beständigen Linie R. Man verlängere daher B C in dem Verhältnisse 1 : N, damit B A der Linie R gleich werde; und ziehe durch A die Linie A P D, mit der Asymptote B N E parallel: so ist nun die Höhe v, von der der Körper gefallen seyn müßte, um die Geschwindigkeit zu erhalten, mit der er auf der Höhe A P = x wirklich bewegt wird, der Linie P M gleich: eine Linie, die mit der Geschwindigkeit auf der Höhe B E gleich o wird, auf welcher unsere Abscissen-Linie A D der Logistica begegnet, und die beschleunigende Kraft sich zu unserer Schwere verhält, wie R : S.

Lassen wir nun den Raum, den der Körper mit der Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in einer Sekunde gleichförmig zu-

rücklegt, durch c ausgedrückt seyn, damit $cc = 4sR$ werde; so ist nun $\frac{cc}{4sR} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$, die Gleichung für die Geschwindigkeit h. Ohne das dritte Glied $\frac{RHH}{NNShh}$ würde sie seyn $\frac{cc}{4sR} = \frac{Nh - H}{Nh}$; und in diesem Falle ist auch die Linie der Geschwindigkeiten aus der vorigen sehr leicht herzuleiten.

Aus einem Punkte auf der Linie AB oder auf ihrer Verlängerung, dessen Entfernung von $A = 2s$ sey, als aus einem Mittelpunkte, und mit dieser Entfernung, als einem Halbmesser, beschreibe man den Kreisbogen ALF: man lasse aus allen Punkten der Linie CMD, die Linien CF; ML mit der Asymptote parallel herab; und dann sind die Linien AF, AL unsere gesuchte Linien c, die erste auf dem Horizonte, die leztere für jede andere Höhe $AP = x$: denn es ist alsdann, vermöge der allgemeinen Eigenschaften der Kreislinie, $AΓ^2 = 4sR$; $AF^2 = \frac{4(N-1)sR}{N}$; und $AL^2 = 4sv$.

Man trage die Linie AΓ oder $\sqrt{4sR}$ aus B nach G; richte in G die senkrechte Linie GI auf, die der verlängerten Ordinate ED im Punkte I begegnen wird. Man sehe diese Linie an als die Axe einer krummen Linie ΔIH, deren Hälften von beyden Seiten der Axe gleich und ähnlich sind; und bestimme jede ihrer Ordinaten RO so, daß sie der Linie AL gleich werde. So wird diese Linie ΔIH, die in ihrem Scheitelpunkte I auf ihrer

Axe senkrecht steht, und deren Halbmesser der Krümmung in $I = \frac{2fR}{S}$ ist, der geometrische Ort der Geschwindigkeiten: und jede ihrer Ordinaten R O ist der Raum, den der Körper mit der auf der Höhe $AP = x$ erhaltenen Geschwindigkeit $\sqrt{v}$, in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde.

Das sind nun die Grundsätze, nach welchen folgende Tafeln berechnet worden sind. Ich habe dabey die Barometerhöhe am Horizonte H der Zahl 100 gleich gesetzt, und nun die wahre Höhe in Toisen x, die Höhe des Falles, der die Geschwindigkeit der Kugel auf dieser Höhe $\sqrt{v}$ zugehört, oder v; und den Raum c, den sie mit dieser Geschwindigkeit in einer Sekunde gleichförmig zurücklegen würde, für jede Verminderung der Barometerhöhe um ein Hunderttheilchen des Ganzen berechnet.

Erste Tafel.

h in Hunderttheilchen von H.	v in Pariser Fußen.	x in Fußen.
100	4,4357	0
99	4,3782	263
98	4,3194	529
97	4,2594	798
96	4,1981	1098
95	4,1356	1344

94	4,0717	1621
93	4,0065	1901
92	3,9398	2184
91	3,8717	2471
90	3,8021	2760
89	3,7309	3053
88	3,6581	3349
87	3,5836	3649
86	3,5073	3951
85	3,4293	4259
84	3,3495	4568
83	3,2676	4882
82	3,1838	5199
81	3,0980	5526
80	3,0100	5846
79	2,9147	6176
78	2,8272	6510
77	2,7322	6848
76	2,6348	7190
75	2,5347	7537
74	2,4320	7889
73	2,3264	8245
72	2,2179	8607
71	2,1063	8973
70	1,9916	9342
69	1,8735	9722
68	1,7519	10104
67	1,6268	10492
66	1,4978	10886
65	1,3649	11286
64	1,2278	11693
63	1,0863	12105
62	0,9403	12524

61	0,7895	12950
60	0,6337	13294
59	0,4726	13824
58	0,3059	14272
57	0,1334	14727
56,25	0,0000	15074

Zweyte Tafel.

h	*c*	*x*
in Hunderttheilchen von H.	in Pariser Fußen.	in Fußen.
100	16,367	0
99	16,260	263
98	16,151	529
97	16,038	798
96	15,923	1098
95	15,803	1344
94	15,681	1621
93	15,555	1901
92	15,425	2184
91	15,291	2471
90	15,153	2760
89	15,010	3053
88	14,863	3349
87	14,711	3649
86	14,554	3951
85	14,391	4259
84	14,222	4568
83	14,048	4882
82	13,866	5199

81	13,687	5526
80	13,482	5846
79	13,279	6176
78	13,066	6510
77	12,845	6848
76	12,614	7190
75	12,372	7537
74	12,119	7889
73	11,853	8245
72	11,573	8607
71	11,278	8973
70	10,967	9342
69	10,637	9722
68	10,286	10104
67	9,9116	10492
66	9,5106	10886
65	9,0788	11286
64	8,6107	11693
63	8,0996	12105
62	7,5356	12524
61	6,9050	12950
60	6,1861	13294
59	5,3422	13824
58	4,2982	14272
57	2,8384	14727
56,25	0,0000	15074

Das lezte Glied in beyden Tafeln zeigt den Werth von h in Hunderttheilchen von H an, wo v sowohl als $c = 0$ sind; und die ganze Geschwindigkeit noch auf dem zweyten Gliede $\frac{RRHH}{NNS\,hh}$ beruht. Noch einen Augen-

blick vorher muß der Antheil dieses zweyten Gliedes am Ausdrucke der Geschwindigkeit beynahe unmerklich seyn: denn auch da noch; wo $h = 57$ ist, und nur noch um 0,75 abnehmen darf, um $\frac{H}{N}$ zu werden, ist $\frac{Nh - H}{Nh} = \frac{12}{912} = \frac{1}{16}$; und also immer noch ungleich größer als $\frac{R}{S}$.

Die Formel für die Geschwindigkeit c, auf der unsere Tafel beruht, $\frac{cc}{4fR} = \frac{Nh - H}{Nh}$, hängt von der Richtigkeit der Voraussetzung ab, daß das zweyte Glied $\frac{RHH}{NNShh}$ in Vergleichung mit dem ersten völlig verschwindet. In der grösten Strenge ist dieses nicht wahr: auf der Höhe wenigstens, wo die Kugel sich ihrem Gleichgewichte mit der sie umgebenden Luft stark nähert, wird das zweyte Glied dem ersten gleich, es wird größer, es wird unendlich größer, es bleibt so gar bejaht, obgleich das erstere verneint wird; von ihm hängt endlich noch der ganze Raum ab, den der Körper über die Höhe hinaus, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte stund, mit der Geschwindigkeit zurücklegt, die ihm von seiner erstern Bewegung noch übrig blieb. Ueberdies fodert die Geometrie wenigstens und die Analysis diese Untersuchung von uns, auch wenn sie gleich für die ausübende Naturlehre von minderer Wichtigkeit wäre.

Es ist demnach die vollständige Gleichung für die Geschwindigkeit, mit Beybehaltung des zweyten Gliedes, folgende : $\frac{v}{R} = 1 - \frac{H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh} = 1 - \frac{e^{x:s}}{N}$

$+ \frac{R^{2x:s}}{NNS} = \frac{N - e^{x:s}}{N} + \frac{Re^{2x:s}}{NNS}$. Ich setze in dieser Gleichung, um ihr die Geschmeidigkeit zu geben, die zu unsern künftigen Untersuchungen erfodert wird,

$\frac{N - e^{x:s}}{N} = XX$; so wird nun $e^{2x:s} = NN(1 - XX)^2$; und unsere Gleichung erhält nun folgende Gestalt : $\frac{cc}{4fR} = XX\left(1 + \frac{R}{S} \cdot \frac{(1 - XX)^2}{XX}\right)$.

Eine natürliche Folge ist der wahre Ausdruck der Geschwindigkeit ; $\frac{c}{\sqrt{4fR}} = X + \frac{R}{2S} \cdot \frac{(1 - XX)^2}{X}$.

Es hat demnach bey diesem Ausdrucke noch eine Abweichung statt, die der in unserm vorigen Abschnitte nicht unähnlich ist. Die nunmehr statt x in unsern Gleichungen eingeführte Größe XX, in einer andern Sprache $\frac{Nh - H}{Nh}$, ist auf dem Horizonte (wo aber ohnehin die ganze Gleichung unbrauchbar wird) $= \frac{N - 1}{N}$; und auf der Höhe, wo die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, wird sie $= 0$. So ist demnach $1 - XX$ im erstern Falle $= \frac{1}{N}$; und auf derselben Höhe wird es der Einheit gleich. Die

Abweichung also ist auf dem Horizonte $= \frac{R}{2S^{\circ}\sqrt{N(N-1)}}$: sie nimmt mit der Höhe zu, und in der Region des Gleichgewichtes ist sie unendlich groß.

Es muß uns dieses Resultat nicht unerwartet seyn. Selbst bey dieser Berechnung wurde immer noch vorausgesetzt, daß das zweyte Glied, wo nicht ganz o, doch in Vergleich mit dem erstern unendlich klein sey; eine Voraussetzung, die uns da sehr irre führen muß, wo das erste Glied $= o$, das zweyte sehr klein, aber doch noch immer etwas ist: und so mußte wohl die Abweichung, als ein Bruch, dessen Nenner die Quadratwurzel aus diesem ersten Gliede vorstellt, auf der Höhe unendlich groß werden, wo dieser Nenner unendlich klein wurde. Die wahre Untersuchung der Bewegung des Aerostats, da wo er sich der Stelle seines Gleichgewichtes nähert, erfodert einen ganz andern Gang der Rechnung; und diese Untersuchung wird dem folgenden Abschnitte allein vorbehalten seyn.

Es ist nun noch die Zeit übrig, auf die uns die allgemeine Differentialgleichung führen wird: $\frac{dt}{\tau} = \frac{dx}{c}$.

Der Werth von $\frac{\sqrt{4\int R}}{c}$ ist in x ausgedrückt $= \frac{1}{X}$;

und da $\frac{x:s}{e} = N(1-XX)$, so muß $\frac{dx}{S} = -\frac{2XdX}{1-XX}$ seyn. Es ist demnach $\frac{dt\,4\int R}{s\tau} = -\frac{2dX}{1-XX}$; eine

sehr gemeine Differentialgröße, die zu ihrem Integral hat $-Log. \frac{1+X}{1-X}$. So ist demnach die wahre Gleichung zwischen Zeit und Höhe folgende: $\frac{t\sqrt{4fR}}{S\tau} =$ $Conſt. - Log. \frac{1+X}{1-X}$. Eine beständige Größe muß noch hinzugesetzt werden; denn verneint kann doch die Zeit gewiß nicht seyn. Es ist nun noch die Frage, wie sie bestimmt werden müsse.

Da die erst bestimmte Gleichung nicht vom ersten Augenblicke der Bewegung an wahr ist, sondern erst auf der Höhe anfängt, für jedes gegebene x die Zeit auszudrücken, wo die Geschwindigkeit des Aerostaten die gröste ist; wo der Antheil des Exponentialfaktors an der allgemeinen Gleichung völlig verschwindet, und diese also nur noch aus zwey Gliedern besteht; wo die erste Periode der Bewegung sich endiget und die dritte anhebt; auf der Höhe, mit einem Wort, die durch $\frac{R}{N} Log. \frac{N(N-1)S}{R}$ ausgedrückt, und die von dem Aerostaten in der Zeit $\frac{t}{\tau} = \sqrt{\frac{R}{4N(N-1)f}} \cdot Log. \frac{4N(N-1)S}{R}$ erreicht wird; so muß die beständige Größe in unserer Gleichung für die Zeit so bestimmt werden, daß $t = 0$ werde, da, wo $x = \frac{R}{N} Log. \frac{N(N-1)S}{R}$. Es kömmt also bey der Bestimmung unserer beständigen Grös-

allein darauf an, daß für diese Höhe der Werth von $Log. \frac{1+X}{1-X}$ gehörig angegeben werde. Ich habe nicht nöthig zu erinnern, daß $XX = 1 - \frac{e^{x:s}}{N}$. Diese schon an sich nicht algebraische Function würde uns unsere Untersuchung sehr schwer machen; allein zum Glücke ist dieselbe Höhe, in Vergleich mit der Subtangente S so klein, daß ohne einen nachtheiligen Einfluß auf die Resultate unserer Rechnung, die höhern Potenzen des Bruches $\frac{x}{S}$ ohne Bedenken können weggelassen, und $e^{x:s} = 1 + \frac{x}{S}$, und daher $XX = \frac{N-1}{N} - \frac{x}{NS}$ angenommen werden.

Es seye demnach für einen Augenblick $\frac{N(N-1)S}{R} = M$; damit dieselbe Höhe durch den einfachern Ausdruck $\frac{R}{N} Log. M$ vorgestellt werden könne. So wird nun mehr $\frac{x}{S} = \frac{R}{NS} Log. M$; $e^{x:s} = 1 + \frac{R Log. M}{NS}$;

$$\frac{e^{x:s}}{N} = \frac{1}{N} + \frac{R\ Log.\ M}{NNS}; \quad XX = \frac{N-1}{N} - \frac{R Log. M}{NNS}$$

$$= \frac{N-1}{N}\left(1 - \frac{R Log. M}{N(N-1)S}\right) = \frac{N-1}{N}\left(1 - \frac{Log. M}{M}\right);$$

und $X = \sqrt{\frac{N-1}{N} - \frac{Log. M}{2M}}\sqrt{\frac{N-1}{N}}$. Wegen diesem schon ziemlich verwickelten Ausdrucke scheint dem

ersten Anblicke nach der Werth von $\frac{1+X}{1-X}$ sehr zusammengesetzt zu werden; allein er wird es nicht. Hier sind die Entwickelungen dieses Bruches, so wie uns eine feine Analysis von einer auf die andere führt. Es wird demnach $\frac{1+X}{1-X}$

$$= \frac{1+\sqrt{\frac{N-1}{N}} - \frac{Log.\ M}{2M}\sqrt{\frac{N-1}{N}}}{1-\sqrt{\frac{N-1}{N}} + \frac{Log.\ M}{2M}\sqrt{\frac{N-1}{N}}}$$

$$= \frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)} - \frac{Log.\ M.\ \sqrt{(N-1)}}{2M}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)} + \frac{Log.\ M.\ \sqrt{(N-1)}}{2M}}$$

$$= \frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}} \cdot \frac{1-\frac{Log.\ M}{2M}\cdot\frac{\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}}{1+\frac{Log.\ M}{2M}\cdot\frac{\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}}}$$

Der zweyte Faktor dieser Formel, dessen Zähler und Nenner von der Einheit um einen sehr kleinen Bruch unterschieden sind, dessen höhere Potenzen in Vergleich mit ihm selbst völlig verschwinden, wird nach einer genauen Untersuchung sehr einfach. Er ist nemlich gleich

$$1-\frac{Log.\ M}{2M}\left(\frac{\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}+\frac{\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}}\right):$$

das heist $1-(Log.\ M)\sqrt{\frac{N(N-1}{MM}}$. Der Bruch $\frac{N(N-1)}{MM}$ ist nichts anders als $\frac{RR}{N(N-1)SS}$. Es

wird demnach dieser zweyte Faktor $1 - \frac{R\,Log.\,M}{S\sqrt{N}(N-1)}$; eine Formel, deren schöne Simplicität gewiß unerwartet seyn muß.

So wird denn endlich $\frac{1+X}{1-X} = \frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}} \left(1 - \frac{R\,Log.\,M}{S\sqrt{N}(N-1)}\right)$. Der Logarithmus also von $\frac{1+X}{1-X}$ muß die Summe der Logarithmen seiner beyden Faktoren seyn. Der Logarithmus des erstern ist *Log.* $\frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}}$; und der Logarithmus des leztern, als einer Zahl, die von der Einheit nur um eine Differentialgröße unterschieden ist, wird $-\frac{R\,Log.\,M}{S\sqrt{N}(N-1)}$.

Es ist demnach *Log.* $\frac{1+X}{1-X}$, auf der Höhe wo der Aerostate seine gröste Geschwindigkeit erreicht hat, und für welche $x = \frac{R}{N}\,Log.\,\frac{N(N-1)\,S}{R} = \frac{R\,Log.\,M}{N}$, folgendermaßen ausgedrückt:

$$Log.\,\frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}} - \frac{R\,Log.\,M}{S\sqrt{N}(N-1)}.$$

Und dies ist zugleich der Werth von *Log.* $\frac{1+X}{1-X}$ für die Höhe, von welcher die Zeit erst angerechnet werden soll, und für welche also $t = 0$ ist.

Allein sobald $t = 0$ ist, so ist unsere allgemeine Gleichung für die Zeit nur noch $0 = Const. - Log.\,\frac{1+X}{1-X}$; und die beständige, nunmehr zu bestimmende Größe ist

nichts anders als der Werth von $Log. \frac{1+X}{1-X}$, der dieser Höhe $x = \frac{R\ Log.\ M}{N}$ zugehört. Es ist demnach unsere beständige Größe $= Log. \frac{V\,N + V(N-1)}{V\,N - V(N-1)} - \frac{R\ Log.\ M}{S\,V\,N\,(N-1)}$. So wird denn endlich unsere ganze Gleichung für die Zeit, mit ihrer beständigen Größe folgende: $\frac{t\,V_4 f R}{S\,T} = Log. \frac{V\,N + V(N-1)}{V\,N - V(N-1)} - \frac{R\ Log.\ M}{S\,V\,N\,(N-1)} - Log. \frac{1+X}{1-X}$.

Die ganze Zeit, in der der Aerostate sich bis auf dieselbe Höhe x erhebt, wo seine Geschwindigkeit die gröste ist, haben wir im vorigen Abschnitte bestimmt, es ist für sie $\frac{t}{T} = \sqrt{\frac{R}{4\,N\,(N-1)\,f}}\ Log.\ 4M$; oder, für unsere Absichten bequemer ausgedrückt, $\frac{t}{T} = \frac{Log.\ 4M}{V_4 M}$. $\frac{V\,S}{V\,f}$. Und so würde denn für diese Zeit $\frac{t\,V_4 f R}{S\,T} = \frac{R\ Log.\ 4M}{S\,V\,N\,(N-1)} = \frac{R\ Log.\ 4}{S\,V\,N\,(N-1)} + \frac{R\ Log.\ M}{S\,V\,N\,(N-1)}$.

Soll also in unserer allgemeinen Gleichung die Zeit vom Horizonte, vom ersten Augenblicke der Bewegung an gerechnet seyn, so muß noch diese leztere Formel hinzugesetzt werden, durch welche die Zeit bestimmt wird, in der der Aerostate dieselbe Höhe x zurücklegt: und unter dieser Voraussetzung wird die allgemeine Gleichung folgende: $\frac{t\,V_4 f R}{S\,T} = \frac{R\ Log.\ 4}{S\,V\,N\,(N-1)} + Log.$

$\frac{VN+V(N-1)}{VN-V(N-1)} - Log. \frac{1+X}{1-X}$. Oder noch unter einer andern Gestalt, bey welcher die Analogie der beyden lezten Glieder besser in die Augen fallen wird;

$$\frac{t\,V\,4fR}{S\,T} = \frac{R\,Log.\,4}{SVN(N-1)} + Log.\frac{VN+V(N-1)}{VN-V(N-1)} - Log.\frac{VN+V(N-e^{x:s})}{VN-V(N-e^{x:s})}.$$

Es ist diese Gleichung eine der wichtigsten in unserer Theorie; sie verdient demnach noch genauer untersucht zu werden.

Daß diese ganze Gleichung erst auf der Höhe anfangen könne, die Zeit genau auszudrücken, wo die Geschwindigkeit die gröste ist; dies erhellet schon daraus, daß sie sich auf die Gleichung zwischen Geschwindigkeit und Höhe gründet, $Nv = N - e^{x:s}$; eine Gleichung, die erst auf jener Höhe anfängt, richtig zu seyn. So lange der Aerostate noch nicht jene Höhe erreicht hat, so lange muß Raum, Zeit, Geschwindigkeit, und beschleunigende Kraft nach den Lehrsätzen beurtheilt werden, auf welchen die Bewegung eines Körpers in einem widerstehenden gleichförmigen Mittel beruht. Es wird daher auch der Ausdruck für die Zeit im Anfange der Bewegung, wo $x = o$ ist, nicht null; es werden für diesen Fall nur das zweyte und dritte Glied gegeneinander aufgehoben, und die Gleichung wird $\frac{t\,V\,4fR}{S\,T} = \frac{R\,Log.\,4}{SVN(N-1)}$; eine Erscheinung, welche jezt erst zu

rechtfertigen überflüßig wäre; sie ist das natürliche Resultat einer Untersuchung, die auf den vernünftigsten Gründen der Mechanik und der Analysis beruht.

Auf der Höhe erst, $\frac{R}{N}$ *Log.* $\frac{N(N-1)S}{R}$, wo die Kugel ihre gröste Geschwindigkeit erreicht, fängt unsere Gleichung an, die Zeit in Sekunden auszudrücken, in welcher dieselbe wirklich zurückgelegt wird. Die Summe der lezten Glieder ist alsdann $\frac{R\ Log.\ M}{S\sqrt{N(N-1)}}$; und so wird dann die Gleichung, $\frac{t\sqrt{4\int R}}{ST} = \frac{R\ Log.\ 4M}{S\sqrt{N(N-1)}}$; eine Gleichung, die in der That nichts anders sagen will, als $\frac{t}{T} = \sqrt{\frac{R}{4N(N-1)\int}}$. *Log.* $\frac{4N(N-1)S}{R}$.

So wie die Höhe größer wird, so wird X immer kleiner; der Bruch $\frac{1+X}{1-X}$ nähert sich immer mehr der Einheit, sein Logarithmus, das verneinte dritte Glied unserer Gleichung, nimmt immer mehr ab, der Ausdruck für die Zeit also nimmt wirklich am Werthe zu. Er wird da am gröften seyn, wo *Log.* $\frac{1+X}{1-X}$ völlig verschwindet; wo $\frac{1+X}{1-X}$ der Einheit gleich ist; wo X $= 0$, $e^{x:s} = N$, $x = S\ Log.\ N$, und $N\,h = H$ ist; das heist, wo der Aerostate mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. So ist demnach die ganze Zeit

die gröſte Höhe erhebt, die er den natürlichen Geſetzen der Schwere zufolge erreichen kann, in der Gleichung enthalten : $\frac{t\,V\,4\,\int R}{S\tau} = \frac{R\ Log.\ 4}{S\,V\,N\,(N-1)} + Log.\frac{V\,N + V\,(N-1)}{V\,N - V\,(N-1)}$.

Endlich iſt hier noch eine geometriſche Conſtruction der beyden Glieder, durch welche der analytiſche Ausdruck der Zeit ausgedrückt wird. Ich überlaſſe es dem Leſer, die Beweiſe davon ſelbſt aufzuſuchen; ſie gründen ſich auf die allgemeinen Eigenſchaften der logarithmiſchen Linie.

Die Zeit *Fig.* VIII, in welcher die Kugel von dem Horizonte an, bis auf die gröſte Höhe hinaufſteigt, und den ganzen Raum AD zurücklegt, wird ſo beſtimmt. Man ziehe durch die beyden Punkte Δ und H, in welchen die Horizontal-Linie BΔAH und die Linie der Geſchwindigkeiten ΔIH einander begegnen, die Linie ΔΛ und HK mit der Aſymptote parallel : und laſſe aus den Punkten Λ und K die Linien ΛΛ′ und KK′ ſenkrecht auf ſie herab. So verhält ſich die Anzahl von Sekunden, in welcher die ganze Höhe AD zurückgelegt wird, zu einer Sekunde, wie K′Λ′ zu BG, oder AΓ.

Es iſt von dieſer nicht viel unterſchieden die Conſtruction der Zeit, in welcher der Aeroſtat von der ſchon erreichten Höhe P ſich vollends bis auf D erhebt. Man ziehe wieder durch O und Q die beyden Linien OS und QT,

mit der Asymptote, und durch S und T die Linien SW und TV mit dem Horizonte parallel. So verhält sich die Anzahl von Sekunden, in welcher der noch übrige Raum PD zurückgelegt wird, zu einer Sekunde, wie WV : BG.

So verhält sich demnach die Zeit, in der sich der Aerostate von dem Horizonte an bis auf jede gegebene Höhe AP erhebt, zu einer Sekunde, wie $K'\Lambda' - VW$: BG; das ist, wie $K'V + \Lambda'W$: BG.

Die Berechnung für unsern Fall hat nun keine Schwierigkeiten mehr. Es ist, alles in Fußen ausgedrückt, $S = 26200{,}4\int = 60{,}3904$, $R = \frac{365}{36}$; so wird dann der gemeine Logarithmus von $\frac{S}{V\,4\int R} = 3{,}0258236$; die Zahl also $\frac{S}{V\,4\int R} = 1061{,}2644$; und dies ist der Werth des Coefficienten, mit dem die 3 Glieder zur linken Hand alle müssen multiplicirt werden, damit ihre Summe unsere gesuchte Zeit t in Sekunden sey.

Es ist ferner $N = \frac{16}{9}$, $N - 1 = \frac{7}{9}$, $N(N-1) = \frac{112}{81}$. So wird nun *Log.* $\frac{10000\,R}{S\sqrt{N(N-1)}} = 0{,}51173226$; $\frac{10000\,R}{S\sqrt{N(N-1)}} = 3{,}29096$, und $\frac{R}{S\sqrt{N(N-1)}} = 0{,}000329096$. Der hyperbolische Logarithmus von 4 ist $= 1{,}38629436$: und so wird denn $\frac{R\ Log.\ 4}{S\sqrt{N(N-1)}} = 0{,}00045742\overline{17}$; der erste Theil der beständigen Größe,

die in dem analysischen Ausdrucke von $\frac{1V4\int R}{S}$ vorkömmt.

Die Berechnung des zweyten Gliedes ist nicht schwerer. Es ist $\frac{N-1}{N} = \frac{7}{16}$; $V\frac{N-1}{N} = 0{,}66143\,78$; $1 + V\frac{N-1}{N} = 1{,}66143\,78$; $1 - V\frac{N-1}{N} = 0{,}3385622$. Es ist demnach $\frac{VN + V(N-1)}{VN - V(N-1)} = \frac{1{,}66143\,78}{0{,}3385622}$; der gemeine Logarithmus dieses Bruches $= 0{,}6908456$; und der hyperbolische $= 1{,}59073077$.

Es wird demnach die Summe der beyden ersten Glieder $\frac{R\,Log.\,4}{SVN(N-1)} + Log.\frac{VN + V(N-1)}{VN - V(N-1)} = 1{,}5911882$. Und diese mit dem Coefficienten $\frac{S}{V4\int R}$, in unserm Falle 1061,2644 multiplicirt, so stellt das Product, 1688,671 Sekunden, oder 28 Minuten, 8,671 Sekunden, die beständige Größe unserer Gleichung, und zugleich die Zeit vor, in welcher der Aerostate vom Horizonte an sich bis auf die Höhe erhebt, wo er mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Ich finde statt ihrer bey **Meusnier** 25 Minuten, 23 Sekunden.

Es muß nun noch dem dritten Gliede die Geschmeidigkeit gegeben werden, die es zur Rechnung bequem machen könne. Die Glieder XX sind der Reihe nach

$\frac{700}{1600}$, $\frac{700-16}{1600-16}$, $\frac{700-32}{1600-32}$, $\frac{700-48}{1600-48}$, $\frac{700-64}{1600-64}$ u. s. w. Die Quadratwurzeln aus diesen Brüchen sind X, und so wird dann die Bestimmung der Zähler und der Nenner der Brüche $\frac{1+X}{1-X}$ sehr leicht. Der hyperbolische Logarithmus von $\frac{1+X}{1-X}$ mit 1061, 2644; oder der gemeine mit 2443,6475 multiplicirt, bestimmt die Zeit in Sekunden, die erfodert werden, damit der Aerostate von der Höhe x aus bis in die Höhe sich erhebe, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Diese Zeit also von 28 Min. 8,671 Sek. abgezogen, wird die Anzahl von Sekunden übrigbleiben, in welchen er von dem Horizonte aus die Höhe x erreicht hat.

Eine kleine Probe wird die Richtigkeit dieser Angaben außer allen Zweifel setzen. Auf der Höhe, wo die Geschwindigkeit die gröste ist, ist der Barometerfall oder $\frac{H-h}{H} = 0{,}00017809$; es ist demnach $\frac{h}{H} = 0{,}9982194$ und $\frac{Nh-H}{Nh} = XX = \frac{69715056}{159715056}$. Die Quadratwurzel aus diesem Bruche ist 0,6606786; folglich $1+X = 1{,}6606788$, $1-X = 0{,}3393214$; und $\frac{1+X}{1-X} = \frac{1660678}{339321}$; der gemeine Logarithmus dieses Bruches ist 0,6896742; und dieser mit 2443,6475 multiplicirt, führt uns auf das Product 1685,337. Dieses endlich von

1668,671 abgezogen, so wird die Zeit, in der sich der Aerostate auf die Höhe seiner grösten Geschwindigkeit erhebt, 3,334 Sekunden: eine Zeit, die bis auf die Tausendtheilchen von Sekunden, genau diejenige ist, die ich im vorigen Abschnitte angegeben habe.

Auf der Vereinigung aller dieser Grundsätze beruht folgende Tafel. Sie enthält in ihrer ersten Reihe die Barometerhöhen h, vom Horizonte an bis auf die Stelle, wo die Kugel mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, in Hunderttheilchen der Barometerhöhe am Horizonte H: in ihrer zweyten die wirklichen Höhen x, in Pariser Fußen: in ihrer dritten endlich die Zeit z in Sekunden, in der der Aerostate jede der Höhen in der zweyten Reihe erreicht hat: vom Horizonte an gerechnet.

h	x	z
100	0	verneint
99	263	11
98	529	27
97	798	44
96	1098	61
95	1244	79
94	1621	97
93	1901	115
92	2184	133
91	2471	152
90	2760	171

89	3053	191
88	3349	211
87	3649	231
86	3951	252
85	4259	273
84	4568	295
83	4882	317
82	5199	340
81	5526	364
80	5846	388
79	6176	410
78	6510	438
77	6848	464
76	7190	491
75	7537	519
74	7889	546
73	8245	578
72	8607	609
71	8973	642
70	9342	675
69	9722	710
68	10104	747
67	10492	786
66	10886	825
65	11286	870
64	11693	916
63	12105	966
62	12524	1019
61	12950	1079
60	13294	1145
59	13824	1222
58	14272	1315
57	14727	1443
56,25	15074	1689

Ich habe in dieser ganzen Berechnung der Zeit sehr wenige Decimalziffern beybehalten; und dies ist die Ursache, warum man die Reihe der ersten Unterschiede nicht ganz regelmäßig finden würde. Die Tafel selbst bedarf keiner Erklärung. Ihr erstes Glied ist verneint; auch gründet sich die beständige Größe meiner Gleichung darauf, daß die ganze Gleichung erst auf der Höhe anfangen soll, gültig zu werden, wo die Geschwindigkeit die gröste ist. Die Unterschiede der Zeiten sind im Anfange ziemlich gleich, allmählich werden sie größer, und nahe bey der Höhe, wo der Aerostate mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, nehmen sie sehr schnell zu: eine nothwendige Folge davon, daß die Geschwindigkeit des Körpers sich immer vermindert, und auf derselben Höhe $= o$ wird. Es muß demnach das Differential der Zeit, bey gleichen Unterschieden der Räume, sich umgekehrt wie die Geschwindigkeit verhalten; es muß unendlich groß werden, da, wo diese Geschwindigkeit völlig verschwindet.

Die Gleichung $v = RXX$, oder $c = X\sqrt{4fR}$ drückt die Geschwindigkeit auf der Höhe x nicht genau aus. Unsere vollständige Gleichung ist $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNSh}$; und so ist der wahre Ausdruck von c folgender: $\frac{c}{\sqrt{4fR}}$ $= X + \frac{R}{2S} \cdot \frac{(1 - XX)^2}{X}$; und $\frac{\sqrt{4fR}}{c} = \frac{1}{X} - \frac{R}{2S}$.

$\frac{(1-XX)^2}{X^3}$. Es ist demnach auch $\frac{dtV4fR}{S\tau}$ nicht gleich $-\frac{2dX}{1-XX}$, sondern $-\frac{2dX}{1-XX}+\frac{R}{S}\cdot\frac{(1-XX)dX}{XX}$. Das Integral dieser Gleichung giebt uns nun die genauere Gleichung für die Zeit zugleich mit dem Einflusse, den unser zweytes Glied $\frac{RHH}{NNShh}$ auf sie hat: und so wird dann $\frac{tV4fR}{S\tau} =$ *Conſt.* — *Log.* $\frac{1+X}{1-X} - \frac{R}{S}\cdot\frac{1+XX}{X}$.

Die beſtändige Größe muß nun völlig nach den Grundſätzen beſtimmt werden, nach welchen ſie ohne Rückſicht auf die Abweichung in unſern vorigen Lehrſätzen beſtimmt worden. Es müßte an die Stelle von x die Höhe geſetzt werden, wo die Geſchwindigkeit des Aeroſtaten die gröſte iſt; und da nunmehr auch auf ſolche Größen noch Rückſicht genommen werden müßte, in welchen S im Nenner vorkömmt, ſo würde dieſelbe Höhe *nicht* mehr $\frac{R}{N}$ *Log.* $\frac{N(N-1)S}{R}$; ſondern $\frac{R}{N}\left(1-\frac{R}{NS}\right)$ *Log.* $\frac{N(N-1)S}{R}$ ſeyn. Es müßte die Gleichung ſo eingerichtet werden, daß wenn in ihr an die Stelle von x, $\frac{R}{N}\left(1-\frac{R}{NS}\right)$ *Log.* $\frac{N(N-1)S}{R}$ geſetzt wird, der ganze Ausdruck für t dadurch $= 0$ würde. Und dann würde dieſe beſtändige Größe nicht *Log.* $\frac{\sqrt{N}+\sqrt{(N-1)}}{\sqrt{N}-\sqrt{(N-1)}}$

$-\frac{R\,Log.\,M}{SVN(N-1)}$, so wie sie es unter unsern bisherigen Voraussetzungen war; sondern sie wurde noch um einige Glieder vermindert, die die Subtangente S im Nenner enthielten. Es müste endlich noch die Zeit berechnet werden, in der der Aerostate sich bis auf die Höhe erhebt, wo seine Geschwindigkeit die gröste ist; und damit in allen Gliedern der Gleichung der nemliche Grad von Genauigkeit allgemein sey, so müste auch in der Berechnung dieser Zeit auf die Abweichung Rücksicht genommen seyn, die die Abnahme der Dichtigkeit der Luft schon in den ersten Augenblicken der Bewegung, in den allgemeinen Formeln für Zeit, Raum, Geschwindigkeit und beschleunigende Kraft erzeugt.

Zum Glücke können wir uns alle diese mühsamen Untersuchungen mit gutem Gewissen ersparen. Die ganze Zeit, in welcher die Kugel ihre gröste Geschwindigkeit exreicht, ist nicht ein Fünfhunderttheilchen von derjenigen, in der ihr ganzes Aufsteigen vollendet wird. Die kleine Verminderung also, die durch die Glieder der Gleichung, die in ihrem Nenner die Subtangente enthielten, hervorgebracht würde, ist ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, und wir können uns ohne Bedenken über sie hinaussetzen. So ist demnach unsere vollständige Gleichung folgende:

$$\frac{tV4\int R}{S\tau} = \frac{R\,Log.\,4}{SVN(N-1)} + Log.\frac{VN+V(N-1)}{VN-V(N-1)} - Log.\frac{1+X}{1-X} - \frac{R}{S}\cdot\frac{1+XX}{X}.$$

Auf der Höhe, wo die Kugel mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, ist $Nh = H$, und $X = o$; für diese Höhe also wird unser hinzuzusetzendes Glied $\frac{R}{S} \cdot \frac{1 + XX}{X}$, das in Vergleich mit den vorigen sehr klein seyn sollte, unendlich groß. Woher dieses unendlich Große? Auf diese Frage werden diejenigen meiner Leser, die die Abweichung bey der Geschwindigkeit aufmerksam überdacht haben, sehr leicht zu antworten wissen.

Die vollständige Gleichung für die Geschwindigkeit ist $\frac{c}{\sqrt{(4\int R)}} = X + \frac{R}{2S} \cdot \frac{(1 - XX)^2}{X}$. Schon hier wird also für $X = o$, das zweyte Glied in Vergleich mit dem ersten unendlich groß; und der Grund dieser Erscheinung liegt darinn, daß die ganze Berechnung auf dem Grundsatze beruht, das zweyte Glied der Gleichung $\frac{v}{R} = \frac{Nh - H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$ sey immer in Vergleichung mit dem erstern unendlich klein: eine Voraussetzung, die richtig ist, so lange Nh merklich größer ist als H; die aber unrichtig zu werden anfängt, so bald Nh sich dem Werthe H nähert; und die nicht mehr statt hat, so bald $Nh - H = o$. In diesem leztern Augenblicke wird das zweyte Glied $\frac{RHH}{NNShh}$ in Vergleich mit dem erstern $\frac{Nh - H}{Nh}$ unendlich groß; und die Theorie der Bewegung des Aerostaten beruht von diesem Augenblicke an auf ganz andern Grundsätzen. Es ist dies die vierte Periode; und diese verdient, wenn anders unsere Theorie vollständig seyn soll, eine besondere Untersuchung.

Fünfzehnter Abschnitt.

Vierte Periode der Bewegung, von der Stelle an, wo der Aerostate mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, bis dahin, wo seine ganze Geschwindigkeit völlig erschöpft ist.

Die vierte Periode unserer Bewegung, so kurz sie ist, so klein der noch zurückzulegende Raum, und die noch zu erschöpfende Geschwindigkeit ist, ist der allersonderbarste Fall, den je die Mechanik untersucht hat. Man sieht hier einen Körper, der auf der Stelle, wo er noch mit der äußern Luft im Gleichgewichte steht, mit einer gewissen Geschwindigkeit angelangt ist; die durch die Gleichung ausgedrückt wird $S v = R R$: der also mit dieser Geschwindigkeit weiter gehen, und nicht eher ruhen wird, als bis sie durch die vereinigte Wirkung der entgegengesetzten Kräfte völlig erschöpft seyn wird. Diese entgegengesetzten Kräfte sind: erstens, die wirkliche Schwere des Körpers, die auf der Höhe $x = S\,Log.\,N$, auf der $N\,h = H$, null ist; einen Punkt weiter, eine eigentliche Schwere wird, die der Richtung des Körpers entgegen, ihn gegen den Mittelpunkt der Erde zu treibt; allein mit einer Kraft, die höchstens ein unendlich Kleines der ersten

Ordnung seyn kann, indem in dieser Höhe der Atmosphäre die Abnahme der Dichtigkeit der Luft in einem Raume, der kaum dem dreytausendsten Theile der Subtangente gleich ist, noch mehr als unmerklich seyn muß. Es ist zweytens, der fortdaurende Widerstand der Luft, immer noch durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Zähler auf der Stelle des Gleichgewichts, die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe $\frac{RR}{S}$, der Nenner der Exponent des Widerstandes, oder R selbst ist, eine Kraft also, ausgedrückt durch $\frac{R}{S}$, die mit der vorigen nunmehr nach einer Richtung wirkt, und die mit ihr das gemeinschaftliche Schicksal hat, ein unendlich Kleines der ersten Ordnung zu seyn. So unmerklich klein in dem Raume, den der Körper noch zurücklegen soll, die Abnahme der Dichtigkeit der Luft ist; so unmerklich klein also die Veränderung in den beyden Kräften seyn muß, die der Bewegung des Körpers entgegen wirken; eine Veränderung, deren Ursache in der Abnahme der Dichtigkeit der Luft liegt, und die also unmerklich seyn muß wie sie; so würde es doch einer der grösten Fehler gegen die wahre Theorie der Bewegung seyn, diese Veränderung völlig zu übergehen. Denn wenn sie unmerklich klein ist, so ist es auch dafür die Geschwindigkeit des Körpers, mit der er in diese Periode hineingeht; es ist es seine ganze Bewegung, auf die also auch die kleinste Veränderung in den Kräften,

von welchen diese Bewegung abhängt, den merklichsten Einfluß haben muß. Es ist also der Fall noch immer eben so verwikelt als zuvor: es ist noch zwischen den Kräften, die der Bewegung des Körpers entgegen wirken, und dieser Bewegung selbst noch das nemliche Verhältnis: und doch ist das Resultat aller dieser vereinigten und miteinander wirkenden Ursachen, ein Beyspiel einer Bewegung, dergleichen noch bis hieher unsere ganze Mechanik kein einziges aufzuweisen hatte.

Ich nehme noch einmal die Gleichung vor mich, aus der diese ganze Bewegung hergeleitet werden muß:

$\frac{v}{R} = 1 - \frac{H}{Nh} + \frac{RHH}{NNShh}$; das ist, $\frac{v}{R} =$

$1 - \frac{e^{x:S}}{N} + \frac{R e^{2x:S}}{NNS}$. Ich setze in dieser Gleichung $x = S\ Log.\ N + y$; also $\frac{x}{S} = Log.\ N + \frac{y}{S}$; und sehe nunmehr $\frac{y}{S}$ als eine Größe an, deren höhere Potenzen ohne Nachtheil weggelassen werden können.

So ist demnach $e^{x:S} = e^{Log.\ N} \cdot e^{y:S} = N e^{y:S} = N\left(1 + \frac{y}{S}\right)$; und $\frac{e^{x:S}}{N} = 1 + \frac{y}{S}$. Es wird demnach $\frac{e^{2x:S}}{NN}$, als das Quadrat des vorigen $= 1 + \frac{2y}{S}$, und

$\frac{R\,e^{2x:S}}{NNS}$ ist nunmehr $= \frac{R}{S}$. So ist nunmehr die ganze Gleichung folgende: $\frac{v}{R} = \frac{R-y}{S}$; oder $\frac{cc}{4\int R} = \frac{R-y}{S}$. Die Geschwindigkeit wird also null seyn, wenn $y = R$; das ist, wenn der zurückgelegte Raum dem Exponenten des Widerstandes gleich ist. $R - y$ also stellt den Raum vor, der noch zurückgelegt werden soll, und da dieser sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit verhalten muß, so bewegt sich demnach der Körper in der ganzen Zeit seiner Bewegung zum ersten und zum lezten mal nach den Galiläischen Gesetzen einer unveränderlichen Schwere.

Die Summe des Widerstandes und der nunmehr positiv gewordenen Schwere des Körpers macht eine unveränderliche Kraft aus, die dem Körper entgegen wirkt. Auf der Stelle, wo er mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, ist diese unveränderliche Kraft der Widerstand selbst; denn dort ist die Schwere $= 0$. Geht der Körper von da weiter fort, so vermindert sich der Widerstand aus einer doppelten Ursache; es vermindert sich die Geschwindigkeit des Körpers, und es vermindert sich zugleich die Dichtigkeit der Luft, indem die specifische Schwere des Körpers die nemliche bleibt. Allein nun zeigt sich auch die positive Schwere des Körpers, der nun anfängt, mehr zu wiegen, als ein gleiches Vo-

lumen atmosphärischer Luft, und die genau um das unendlich Kleine bey jedem Schritte des Körpers zunimmt, um welches der Widerstand vermindert worden ist. Es wird also hier der Aerostate in einem widerstehenden Mittel, das ihm an Dichtigkeit gleich ist, nach den Gesetzen einer unveränderlichen Schwere bewegt: eine Bewegung, dergleichen unsere ganze Mechanik sonst kein Beyspiel mehr aufzuweisen hat.

Die Untersuchung der Zeit in dieser Periode führt uns zu noch einem andern Lehrsatze, der nicht minder unerwartet ist. Die Gleichung für die Geschwindigkeit war:

$$\frac{2cc}{4fR} = \frac{R-y}{S}; \text{ oder } \frac{4fR}{cc} = \frac{S}{R-y};$$

und eine nothwendige Folge dieser Gleichung

$$\frac{\sqrt{4SR}}{c} = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{(R-y)}}.$$

Aus dieser leztern erhalten wir $\frac{dy\sqrt{4fR}}{c} = \frac{dy\sqrt{S}}{\sqrt{(R-y)}}$;

und da eben dieses $\frac{dy}{c} = \frac{dt}{\tau}$, nach der allgemeinen Differential-Gleichung für die Zeit; so ist demnach mit Hinzusetzung der beständigen Größe

$$\frac{t}{\tau} = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{f}} - \frac{\sqrt{S(R-y)}}{\sqrt{fR}}.$$

Die Zeit also, durch welche die Bewegung des Aerostaten, von der Stelle an, wo er mit der umgebenden

Luft im Gleichgewichte steht, noch fortdauert, bis seine Geschwindigkeit völlig erschöpft ist, ist in Sekunden ausgedrückt, $\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{f}}$. Unerwartet ist es, daß diese Zeit nicht von der Masse, nicht von der specifischen Leichtigkeit der Kugel, sondern allein noch von der Subtangente, allein von der specifischen Federkraft der Luft, allein von dem Grade des Thermometers abhängt. In unserm Falle war sie 41,658 Sekunden; und dies wird sie immer seyn, so oft das Reaumur'sche Thermometer auf dem achtzehnten Grade steht; der Körper mag auch seyn, welcher er will.

Ich endige mit diesem Lehrsatze die Theorie der senkrechten Bewegung einer aerostatischeu Maschine; die, so viel ich einsehen kann, nunmehr ziemlich erschöpft ist. Es wird demnach der Aerostate nach Gesetzen bewegt, die von allen denjenigen unendlich verschieden sind, welche die noch so fruchtbare Einbildungskraft irgend eines Mathematikers jemals entwikelt hat: die aber kein Traum, kein Roman, keine Reise ins Reich der Möglichkeit sind; sondern wirklich existirende, von der Natur selbst befolgte und in Ausübung gebrachte Gesetze, an deren genauen Kenntnisse den Wissenschaften, dem Staate und der Menschheit künftig unendlich viel gelegen seyn muß: Gesetze, zu deren Entwicklung die Analysis reif genug war, und die sie so gar leichter gefunden hat, als sie

sie erwarten konnte : Gesetze, die zwar die Theorie festgesetzt hat, die aber mit der Erfahrung auch genau zu übereinstimmen scheinen : eine Muthmassung, die noch der folgende Abschnitt zu einem sehr hohen Grade der Wahrscheinlichkeit erheben wird.

Sechzehnter Abschnitt.

Resultate der Höhenmessungen der Pariser Astronomen, über die Bewegung des Aerostats der Herren Charles und Robert, mit der Theorie verglichen.

Ich glaube in den vorigen Abschnitten dieses Werkes den Aerostaten nicht als ein bloßes Spiel unserer Neugierde aufgestellt zu haben : als einen Körper, der etwa mit den papiernen Drachen der Kinder verglichen zu werden verdiente. Auch die ernsthafte Naturlehre gewinnt unendlich viel dabey. Der Aerostate ist ein Körper, den seine eigene specifische Leichtigkeit in die höhern Regionen der Atmosphäre führt ; ein Körper, dessen Bewegung von zweyen zugleich wirkenden Ursachen abhängt : der Dichtigkeit der Luft und ihrem Widerstande. Sie hängt von der erstern ab ; denn die Masse einer dem Aerostaten gleichen atmosphärischen Luft ist es, von der die ganze

Masse der Kugel abgezogen werden muß, um die Kraft übrig zu lassen, mit der die Kugel aufsteigt; die Kraft, die alsdann durch die ganze Masse des Körpers dividirt, die specifische Leichtigkeit der Kugel giebt, unter der Gestalt eines Bruches, dessen Nenner unsere Schwere ist. Sie hängt von der leztern ab; denn der Widerstand der Luft ändert hier alle unsere Resultate. Zwar ist die Höhe, auf die der Aerostate sich erheben kann, noch eben dieselbe; er steigt bis dahin, wo er mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte stehet. Allein der Widerstand der Luft verlängert die Zeit, die ohne ihn kaum einige Sekunden betrüge und die mit ihm in den meisten Fällen wenigstens eine Viertelstunde ist. Der Widerstand der Luft vermindert die Geschwindigkeit, mit der der Aerostate an jeder Stelle bewegt wird; wäre er nicht, so käme der Aerostate auf der Höhe, wo er mit der äußern Luft im Gleichgewichte steht, mit einer Geschwindigkeit an, die ihn noch auf einige tausend Toisen erheben würde. Allein nun da die Luft widersteht, so hört der Aerostate bald auf in seiner Bewegung beschleunigt zu werden, er erhebt sich sehr langsam nur noch mit seiner eigenen specifischen Leichtigkeit, und er kömmt an der Stelle seines Gleichgewichtes mit einer ganz erschöpften Geschwindigkeit an.

Beyde Theorien, die wichtigsten in unserer ganzen Naturlehre, sind noch weit davon entfernt, völlig in

Richtigkeit gebracht zu seyn. Das Gesetz, nach dem die Dichtigkeit der Luft abnimmt, so wie die Höhe zunimmt, hat noch nicht ganz aufgehört ein Geheimnis zu seyn. Entschieden ist es, daß der Unterschied der Höhen ungefähr mit dem Logarithmen des Unterschiedes der Barometerstände in einem beständigen Verhältnisse fortgeht; allein eine blos ungefähre Kenntnis ist nicht das Ziel des Naturforschers, der mit seiner Physik auch Mathematik verbindet. Es vermehren sich immer die Zweifel, die genaue Versuche und Beobachtuugen gegen dieses Gesetz aufwerfen müssen; es vermehrt sich die Ueberzeugung, daß hier die Physik den höchsten Grad der Vollkommenheit bey weitem noch nicht erreicht hat, und es vermehrt sich deswegen nicht immer die Kenntnis der Ursachen, durch die unsere Wissenschaft noch so weit zurück ist. Wenn es wahr ist, daß nach Volta's Vermuthung die brennbare Luft die höchsten Regionen der Atmosphäre einnimmt; so ist es nicht mehr wahr, daß die specifische Federkraft unserer Luft durch die ganze Höhe der Atmosphäre unverändert und eben dieselbe sey; so ist Bouguer's Vermuthung völlig eingetroffen, daß die weniger elastische Luft unten zusammengehäuft ist, und die mehr elastische sich in die höhere Schichten hinaufschwingt; so ist die ganze Vorausetzung unrichtig, auf der unsere Theorie der Atmosphäre bisher gegründet war; und die wenigen

Anmerkungen zu Ende meines fünften Abschnitts sind

noch weit entfernt, alle Streitigkeiten beygelegt zu haben.

Der Widerstand der Luft ist noch weit mehrerer Ungewißheit unterworfen. Er hängt zum Theile von ihrer Dichtigkeit ab, und die ganze Ungewißheit, in der wir noch in Rücksicht auf diese leztere stehen, hat auf unsere Lehre vom Widerstande einen sehr merklichen Einfluß. Nie wird die lezte vollkommen seyn können, so lang es die erste noch nicht ist. Allein selbst die absolute Größe des Widerstandes ist noch nicht völlig entschieden. Noch immer sind wir im Zweifel, ist es die einfache, ist es die doppelte, ist es die vierfache Höhe von der, der die Geschwindigkeit des Körpers zugehört, die die Höhe des Prisma seyn soll, durch welches die Stärke des Widerstandes in einem gegebenen Falle ausgedrückt wird. Auch in unserer Lehre vom schiefen Stoße, sind wir noch so sehr Anfänger, daß wir noch nicht wissen, ob der Widerstand auf die erhabene Fläche einer Kugel zwey Fünftheile desjenigen ausmacht, der auf ihren grösten Kreis ausgeübt würde, oder ob er die Hälfte davon ist?

Ich übergehe eine ganze Menge anderer Zweige unserer Kenntnisse, die noch in der grösten Ungewißheit sind, und die nun durch die Erfindung der Aerostaten entschieden werden können. Unsere vorigen Abschnitte haben die Gesetze sehr genau bestimmt, nach denen ein Aerostate sich erheben muß, so lange keine Ursache da ist, die ihn

von seiner senkrechten Richtung ablenken könnte; allein bey dieser Theorie sind noch nicht alle Voraussetzungen entschieden; und wenn sie es auch wären, so ist es doch immer für die Physik eine sehr wichtige Genugthuung, eine auch noch so sehr außer allem Zweifel gesetzte Theorie durch widerholte Beobachtungen bestätigt zu sehen. Und diese Absicht können wir mit unsern Aerostaten erreichen.

Die Mitglieder der Akademe der Wissenschaften zu Paris sahen alle diese Vortheile zu sehr ein, um sie unangewendet zu lassen. Die Herren d'Agelet, öffentlicher Lehrer der Mathematik; Le Gentil und Jeaurat, Mitglieder der Akademie, und Prevost, waren die Gelehrte, die sich von selbst anboten, die Bewegung der Kugel durch unmittelbare Beobachtungen zu berichtigen. Sie sollten jeder aus einem besondern Standpunkte, jeder mit einem Quadranten und einer Sekundenuhr versehen, die scheinbare Höhe des Aerostaten, für jeden Augenblick aufs genaueste bestimmen; ein Signal, das von allen bemerkt werden konnte, einige Minuten vor dem Anfange des Versuchs gegeben, konnte hinlänglich seyn, um den Unterschied zwischen dem Gange der Uhren mit der grösten Genauigkeit zu bemerken, der vor allen Dingen bestimmt seyn mußte, da man die Geschwindigkeit vorher kannte, mit der der Aerostate sich erheben würde; es sollte endlich noch ein Kanonenschuß vorhergehen, um die Beobachter auf das Signal aufmerksam zu machen.

Wäre bey allen diesen Anstalten die Absicht ganz erreicht worden, so hätte man für jeden Standpunkt eine Reihe von Beobachtungen gehabt, die mit einander vereinigt, durch sehr leichte Verbesserungen berichtigt, und auf gleiche Augenblicke zurückgeführt, die ganze krumme Linie, den ganzen Weg des Aerostaten, von dem Augenblicke an wo er aufstieg, bis dahin wo er nicht mehr gesehen werden konnte, aufs genaueste bestimmt hätten. Es wäre diese Reihe von Beobachtungen das vollständigste Reisejournal der Kugel gewesen, man hätte in ihm die Wirkungen der Ursachen gesehen, die erst in den entlegensten Regionen der Atmosphäre ihren Ursprung haben, die man bisher noch nie genau kannte, und die die Physik nunmehr von der aerostatischen Maschine mit so vielem Rechte erwartet.

Die Vorbereitungen darzu wurden alle gemacht. Le Gentil begab sich auf den Altan der Sternwarte; Jeaurat auf das Garde de Meuble auf dem Platze Ludwigs XV; Prevost auf einen der Thürne der Cathedralkirche; und d'Agelet auf die Kuppel der Kriegsschule, vorne an dem Marsfelde, worauf der Versuch geschehen sollte.

Unsere sechste Tafel stellt eine kleine Karte vor, die bey der künftigen Untersuchung zum Grunde liegen wird. Das Rektangel, durch dessen Mitte eine punktirte Linie geht, auf welcher mit B die Stelle bezeichnet ist, wo die

Kugel aufstieg, ist das Marsfeld selbst. Auf der rechten kürzern Seite dieses Rektangels ist mit E die Kuppel der Kriegsschule angezeigt, worauf d'Agelet beobachtete. Aus diesem Punkte E gehen mehrere Linien aus. Es zeichnet sich unter ihnen der Meridian der Kriegsschule aus, den d'Agelet vor dem Versuche aufs genaueste bestimmte, um durch ihn die Abweichungen der Kugel nach Osten und Westen bemerken zu können. Es gehen aus E Linien aus auf das Garde de Meuble, auf die Cathedralkirche, und auf die Sternwarte, unter welchen die erstere 1095, die zweyte 1731, und die dritte 1570 Toisen lang ist; jede ist die Grundlinie eines Dreyeckes, dessen Winkel an der Grundlinie durch Beobachtungen entschieden werden sollten, und dessen Seiten, die Entfernungen des Aerostaten in jedem Augenblicke von jedem dieser Standpunkte, alsdann durch die gemeinsten Lehrsätze der Trigonometrie berechnet werden konnten. Es gehen endlich aus E die Linien aus, auf welchen sich der Aerostate in mehrern Augenblicken befand; ihre Lage ist das Resultat von dem unermüdeten Eifer desjenigen, der sie bestimmt hatte.

Aus B, der Stelle wo die Kugel aufstieg, gehen auch mehrere Linien aus. Die ganz ausgezogene Linie B T, stellt die Richtung des Windes vor. Die punktirte Linie B *n m* ζ μ T ist die Horizontalprojektion der krummen

Linie, die der Aerostate beschrieb; nur im Anfange ist sie etwas unregelmäßig gekrümmt, in ihrem Fortgange aber weicht sie zu beyden Seiten von der Richtung des Windes wenig ab. Es ist noch eine dritte Linie gezogen, diejenige nemlich, die nach Ekouen führt, wo die Kugel niederfiel.

Zum Unglücke war die Zeit für die völlige Erreichung dieser Absichten viel zu kurz; es blieb den Beobachtern nicht Musse genug übrig, und es wurde diese Uebereilung noch vermehrt durch die Ungedult des Publikums, die die Vorsteher des Versuchs nöthigte, die Maschine viel früher, als sie sich es vorgesetzt hatten, sich selbst zu überlassen. Die Fahne, die man einige Augenblicke vor dem Aufsteigen der Kugel wollte wehen lassen, sahe man erst, nachdem die Kugel schon sich selbst überlassen war; den Schall der Kanone vernahm Herr Prevost viel zu spät erst in dem Augenblicke wo die Kugel verschwand; die Wolken endlich, das neblichte Wetter, der häufige Regen waren Ursache, daß man den Aerostaten nur einige Minuten lang mit Blicken verfolgen konnte. Das Ganze also, das sich aus den wenigen Beobachtungen von d'Agelet und Jeaurat herausziehen läßt, ist immer sehr unvollständig; allein auch diese wenige Beobachtungen müssen der Physik wichtig seyn; es sind die ersten in ihrer Art; es sind solche Beobachtungen, von welchen die ganze Geschichte unserer Wissenschaft vor dem sieben

und zwanzigsten August des vorigen Jahrs kein einziges Beyspiel aufzuweisen hat.

Le Gentil und Prevost konnten von ihren Standpunkten aus die Kugel nur in dem Augenblicke genau beobachten, da sie sich in den Wolken verlor. Prevost sahe sie damals unter einer scheinbaren Höhe von 15°; und Le Gentil unter einer Höhe von 13° 3′; sie schien ihm dann mit der Kuppel des Invalidenhauses in einer Vertikalfläche zu seyn.

Jeaurat war außer dem Herrn d'Agelet der einzige, der den Kanonenschuß deutlich hören konnte, und auf seiner Uhr sich den Augenblick merkte, wo er ihn hörte. So lassen sich denn seine und Herrn d'Agelet's Beobachtungen einigermassen miteinander vergleichen. Herrn d'Agelets Journal ist ungleich das vollständigste; die Genauigkeit und den Eifer, mit dem dieser Astronome in so wenigen Minuten so viele Beobachtungen sammeln konnte, muß man wirklich bewundern.

Dem Herrn Meusnier bleibt das Verdienst aus den Beobachtungen des d'Agelet und Jeaurat, alles herausgezogen zu haben, was sich nur immer über die Bewegung der Kugel herausziehen ließ. Aus seinem Briefe an Faujas de St. Fond habe ich die beyden Tafeln entlehnt, die er selbst aus den Händen der Beobachter empfangen hatte, und in welchen man die Resultate ihrer Höhenmessungen übersehen kann.

Beobachtungen
des Herrn d'Agelet, auf der Kuppel der königl. Kriegsschule.

Augenblicke der Beobachtung.		Scheinbare Höhe der Kugel.	Abweichungswinkel der Kugel gegen Nord-Ost, von der Stelle an gerechnet, wo sie aufstieg.
5 St. 1 M.	Erster Kanonenschuß.		
5 St. 1 M. 5 Sec.	Zweyter Kanonenschuß.		
5 St. 2 M. —	Der Aerostate ist mit dem Standpunkte des d'Agelet, in der nemlichen Horizontal-Linie.	0° 0′	6° bis 7°
5 St. 2 M. 52 Sec.		53° 40′	20°
5 St. 4 M. —		59° 40′	30°
5 St. 4 M. 53 Sec.	Häufiger Regen.	53° 37′	
5 St. 5 M. 4 Sec.	Der Aerostate verliert sich in dem Gewölke		
5 St. 7 M. 0 Sec.	Die Kugel zeigt sich wieder auf einen Augenblick.	33° —	67° 15′

Beobachtungen
des Herrn Jeaurat, auf dem Gardemeuble der Krone.

Zeit.		Scheinbare Höhe.
5 St. 0 M. 20 Sec.	Erster Kanonenschuß.	
5 St. 2 M. 0 Sec.	Man erblickt die Kugel zum erstenmale.	
5 St. 4 M. 20 Sec.	Sie verschwindet auf immer. Der Regen erlaubt keine Beobachtung mehr.	28° 40′.

Der Augenblick, in dem Jeaurat den ersten Kanonenschuß hörte, war nicht derjenige, in dem die Kanone wirklich losgebrannt wurde; und um diesen Augenblick

aus Jeaurats Beobachtungen herzuleiten, und so den Gang seiner Uhr mit der von d'Agelet übereinstimmend zu machen, müssen wir zuerst die Zeit berechnen, die der Schall brauchte, um von der Stelle, wo die Kugel aufstieg, bis an den Standpunkt des Herrn Jeaurat zu gelangen, das heißt, eine Länge von 1095 Toisen zurückzulegen.

Bey einer ganz stillen Luft, die von keinem Winde bewegt wird, beträgt der Weg, den der Ton in einer Sekunde zurücklegt, eine Länge von 173 Toisen, und dieses mit gleichförmiger Bewegung und gleicher Geschwindigkeit; dies sagen uns die Versuche, die vor der Akademie der Wissenschaften zu wiederholten malen angestellt worden sind. Wird die Luft von einem Winde bewegt, so muß noch seine Richtung und seine Geschwindigkeit mit in Rechnung gebracht werden; es muß die leztere zur Geschwindigkeit des Tones hinzugesetzt werden, wenn die Richtung von beyden die nemliche ist; sie muß von ihr weggezogen werden, wenn die Richtungen einander entgegengesetzt gewesen sind; und sollte die Richtung des Windes eine andere seyn, die mit der Tonlinie einen gewissen Winkel machte, so muß die Veränderung, die hierdurch in der Geschwindigkeit des Tones bewirkt wird, nach der allgemeinen Regel bestimmt werden, auf der die Theorie der zusammengesetzten Kräfte beruht.

Die Luft war am Tage des Versuches zu Paris nichts weniger als ruhig; schon das einzige, daß der Aerostat in der Atmosphäre 8650 Toisen weit bis nach Ekouen, in Dreyviertelstunden getrieben wurde, beweist das Daseyn des Windes, und bestimmt zugleich seine Geschwindigkeit auf 3 Toisen in einer Sekunde. Es legte demnach der Ton 176 Toisen in einer Sekunde zurück; und so wurden 6 $\frac{1}{4}$ Sekunden erfordert, bis der Kanonenschuß von Herrn Jeaurat gehört werden konnte. In dem Augenblicke, da der erste Kanonenschuß auf der Kriegsschule geschah, wies der Zeiger auf Herrn d'Agelets Uhr auf 5 St. 1 Min. Es mußte also auf dieser Uhr 5 St. 1′ 6 $\frac{1}{4}$″ gewesen seyn, da Herr Jeaurat den Kanonenschuß hörte; und da es in diesem Augenblicke auf seiner Uhr 5 St. 0′ 20″ war, so war sie also um 46 $\frac{1}{4}$″ zurücke. So viel muß zu allen Beobachtugen der Zeit in Jeaurat's Buche hinzugesetzt werden, um die Beobachtungen von beyden miteinander vergleichen zu können.

Auf diesen Gründen beruht nun die Tafel, deren Aufschrift ist: " Beobachtungen der Herren d'Agelet und Jeaurat miteinander verglichen. „ Sie sind nunmehr auf gleiche Augenblicke zurückgeführt, und auf die Zeit, die auf d'Agelets Sekundenuhr angezeigt war. Es ist bey dieser Tafel vorausgesetzt, daß im nemlichen Augenblicke der Aerostate für Herrn d'Agelet und Jeaurat die scheinbare Höhe = o erreicht hatte.

er verglichen.

eobachtungen von Jeaurat.

	Scheinbare Höhe.
Erster K an hört diesen Kano- nenschuß auf dem Gardemeuble.	
Der B Herrn Stan ner K an sieht den Ballon, er sehr schnell über die Höhe des Garde- meubles fährt.	. . . . . 0° 0′
Häufige	
Die Ku im Ge an sieht die Kugel nicht mehr: und der Regen läßt keine wei- ere Beobachtung zu.	. . . 28° 40′
Die Ku wieder genbli	

Man sieht aus dieser kleinen Tafel, daß der Regen sich 14″ eher auf der Kriegsschule als auf dem Gardemeuble bemerken ließ, und da wirklich der Wind das Gewölke von Südwesten hertrieb, so mußte wohl hier ein gewisser Unterschied statt haben, gesetzt auch, daß der Wind nicht die einzige Ursache davon gewesen wäre. Eben dies ist auch die Ursache, warum die Kugel für die Kriegsschule etwas später als für das Gardemeuble sich aus den Augen verlieren mußte. Dies sind wenigstens zwey Beweggründe, die uns erlauben, unser eben berechnetes Journal als sehr richtig anzusehen.

Allein unter allen diesen Beobachtungen sind nicht zwo, die völlig im nemlichen Augenblicke angestellt worden wären, und die sich also ganz auf die nemliche Stelle der Kugel beziehen könnten. Kämen in beyden Tafeln für gleiche Augenblicke, Höhenmessungen vor, von so entlegenen Orten her angestellt, als es die Kriegsschule und das Gardemeuble wirklich sind, so wäre es einigermassen möglich gewesen, zerstreute Punkte der Bahn zu finden, auf der die Kugel fortgieng. Unter den bemerkten Augenblicken von d'Agelet, entfernt sich diejenige, die mit irgend einer von Jeaurats Beobachtngen zunächst übereinstimmt, noch immer um 13″ von ihr; und der Gang, den die Kugel in dieser Zeit zurückgelegt haben mußte, ist viel zu groß, als daß man beyde Beobachtungen für gleichzeitig ansehen konnte. Es bleibt uns

also nichts übrig, als in einem der beyden Verzeichnisse der scheinbaren Höhen irgend ein Glied einzuschalten, das mit dem aus dem andern Verzeichnisse gleich zeitig seyn könnte. Es erfodert die ganze Krümmung der Linie, die das Resultat unserer Schlüsse zum Theil, zum Theil auch unserer Muthmassungen seyn wird, daß diese Ergänzung in dem Tagebuche des d'Agelet ohne die gröste Ungewißheit nicht vorgenommen werden könne. Es ist also sicherer, eben dieses bey Jeaurat zu thun.

Wäre uns die Höhe, auf der sich die Kugel in dem Augenblicke befand, da Jeaurat sie aus dem Gesichte verlohr, und das Gesetz seiner Bewegung bekannt, so müßte es uns sehr leicht seyn, die scheinbare Höhe zu berechnen, unter der Jeaurat sie 13″ vorher gesehen haben konnte; allein dieses ist eben der Zweck unserer Untersuchung und kann daher das Mittel nicht seyn, um dazu zu gelangen. Es besteht also das ganze Geheimnis darin, die Bestimmung dieser Höhe auf Voraussetzungen zu gründen, die zwar in geometrischer Strenge nie wahr seyn können, die aber doch der Wahrheit so nahe als möglich sind, und deren kleine Abweichung von ihr dnrch die Ungewißheit, in der wir sind, gerechtfertigt werden können.

Die scheinbare Höhe der Zeit proportional zu setzen, dies wäre eine Voraussetzung, die sich nicht leicht durch irgend einen Lehrsatz der Geometrie und Mechanik auf einen Grad

der Wahrscheinlichkeit bringen ließe. Die folgenden Voraussetzungen verdienen eher unsern Beyfall.

Die Bewegung unsers Körpers hört auf einer sehr geringen Höhe auf beschleunigt zu werden, und über diese Höhe hinaus wird sie zwar nicht ganz gleichförmig; die beschleunigende Kraft wird wirklich verneint, und wirkt nach einer entgegengesetzten Richtung. Allein da sie immer sehr klein bleibt, und nie dem 2000sten Theile unserer Schwere gleich wird, so ist es wenigstens in unserm Falle einigermassen erlaubt, die Bewegung des Körpers als gleichförmig anzunehmen. Dies ist Herrn Meusnier's Sprache; die meinige wäre sie nie, nach meinen Berechnungen über die Bewegung des Aerostats, hat dieser Körper auf einer Höhe von 8 Toisen eine Geschwindigkeit von 16 Fußen in einer Sekunde. Und da diese Geschwindigkeit abnehmen, und dann auf der Höhe null werden muß, wo sie mit der umgebenden Luft im Gleichgewichte steht, so ist das wahrhaftig keine Bewegung, die als gleichförmig angenommen werden kann.

Die horizontale Bewegung eines Körpers, der vom Winde getrieben wird, ist gleichförmig; diese Voraussetzung möchte vielleicht eher erlaubt seyn.

Die wahre Höhe der Kugel, da Jeaurat sie aus dem Gesichte verlohr, war zwischen 450 und 500 Toisen; hierin stimmen wenigstens alle Angaben überein, die durch den Druck bekannt worden sind. Dies ist übrigens

eine Muthmaßung, die ich, so wie viele andere bey Faujas de St. Fond auch nirgend mit gewissen Gründen unterstützt finde.

Durch geometrische Untersuchungen, welche hier der Länge nach beyzubringen, der Raum nicht zuläßt, hat sich **Meusnier** versichert, daß die scheinbare Höhe, unter der **Jeaurat** die Kugel 13″ vorher als sie für ihn verschwand, gesehen haben muß, selbst für die beyden sehr untereinander verschiedenen wahren Höhen, von 450 und 500 Toisen, nicht um 15′ verschieden seyen; auch diese Schlüsse haben nicht ganz meinen Beyfall. Sie scheinen mir auf Voraussetzungen gegründet zu seyn, die die Geometrie auch im weitläufigsten Verstande nicht für Nachahmungen erkannt. Unterdessen sind die Untersuchungen des **Meusnier's** die einzigen, die wir haben, und das einzige ist immer das beste. Der von **Jeaurat** berechnete Winkel ist zwischen 26° 24′, und 26° 38′. Das Mittel zwischen ihnen ist 46° 30′. Unter diesem Winkel mußte **Jeaurat** den Aerostat in dem Augenblicke gesehen haben, in dem ihn d'Agelet unter einer scheinbaren Höhe von 53° 37′ sahe, und diese Zeit war 5 St. 4′ 53″.

Ich stelle mir nun eine senkrechte Linie vor aus dem Mittelpunkte der Kugel auf den Horizont herabgelassen; der Punkt, wo sie hinfällt, kann nun einigermaßen aus diesen gleichzeitigen Beobachtungen von d'Agelet und **Jeaurat** bestimmt werden. Es wird diese senkrechte

Linie die gemeinschaftliche Höhe zweyer rechtwinklichter Dreyecke seyn, deren Grundlinien die Entfernungen vom Fuße dieser Vertikallinie bis an die beyden Standpunkte sind, und deren Winkel an der Grundlinie die beyden scheinbaren Höhen sind; die eine ohnmittelbar beobachtet von d'Agelet, die andere berechnet für Jeaurat.

Nach einem Lehrsatze, der allen rechtwinklichten gleich hohen Dreyecken gemein ist, müssen die Cotangenten der Winkel an der Grundlinie sich, wie die Grundlinien selbst, untereinander verhalten. Wir leiten hieraus eine Angabe her, die uns unserm Ziele etwas näher führen wird.

Die beyden Standpunkte der Herrn Jeaurat und d'Agelet, mit dem Fuße unserer Vertikallinie, machen ein Dreyeck aus, das auf dem Horizonte beschrieben ist, und in dem wir nun eine Seite und das Verhältnis der beyden übrigen kennen. Die bekannte Seite ist die Entfernung der Kriegsschule von dem Gardemeuble, oder 1095 Toisen. Das Verhältnis der beyden übrigen ist mit dem Verhältnisse der Cotangenten der beyden Winkeln von 53° 37′ und 26° 30′ einerley; das ist 7368 : 20057.

So ist nun der geometrische Ort bestimmt, in welchem der Fuß unserer Vertikallinie liegen muß. Es ist ein Kreis, dessen nähere Untersuchung in die Analysis gehört. Es seye (Fig. 6.) AMB ein solches Dreyeck, dessen

eine Seite AB, und außer ihr das Verhältnis der beyden andern Seiten AM und BM gegeben ist. Es seye $AB = a$, und $AM : BM = m : n$. Man verlängere die Seite AB, und bestimme auf dieser Verlängerung den Punkt C so, daß $AC = \frac{amm}{nn-mm}$, und $BC = \frac{ann}{nn-mm}$. Man beschreibe aus C, als aus einem Mittelpunkte, mit dem Halbmesser $\frac{amn}{nn-mm}$ einen Kreis QFM. Dieses wird der geometrische Ort seyn, von dem die Auflösung unserer unbestimmten Aufgabe abhängt: alle Punkte dieses Kreises werden von den beyden Punkten A und B in dem Verhältnisse $m : n$ entfernt seyn. In unserm Falle also, wo $a = 1095$, $m : n = 7368 : 20057$; wird die Linie $AC = 171$, und der Halbmesser des gesuchten Kreises 465 Toisen.

Dies ist nun der Kreis, der auf unserer kleinen Charte verzeichnet werden muß. Wir verlängern die Linie EG, und nehmen ihre Verlängerung EC von 171 Toisen. Aus diesem Punkte C, als aus einem Mittelpunkte, mit einem Halbmesser von 465 Toisen, beschreiben wir den Kreis NPM. Auf diesem Kreise befindet sich demnach irgendwo der Punkt, in dessen Vertikallinie die Kugel um $5^{St.}\ 4'\ 53''$ Abends, nach Herrn d'Agelets Uhr gewesen seyn muß, und dieses auf einer Höhe zwischen 450 und 500 Toisen.

Noch eine dritte Beobachtung würde uns den gesuchten Punkt auf diesem Kreise aufs genaueste bestimmen; denn aus ihr mit den beyden übrigen verglichen, würden wir noch einen zweyten Kreis herleiten können, der unter den nemlichen Voraussetzungen den erstern in dem gesuchten Punkte zerschneiden müste. Allein diese dritte Beobachtung fehlt uns. Wir müssen daher auf Mittel denken, sie anderswoher zu ersetzen.

Wäre uns die Richtung des Windes aufs genaueste bekannt, der die Kugel von ihrer senkrechten Richtung ablenkte, so dürfte man nur von dem B aus, wo die Kugel aufstieg, nach dieser Richtung eine Linie ziehen, und da wo diese Linie den Kreis schneiden würde, müßte der gesuchte Punkt unserer Projektion seyn. Allein hier wissen wir auch wieder nichts, als daß es ein Südwestwind war, und bey einer so sehr unbestimmten Angabe ist an gar keine geometrische Untersuchung zu denken.

Eine andere Hoffnung blickt uns aus den Abweichungswinkeln hervor, die d'Agelet sehr häufig, und ungleich mehr als man es erwarten konnte, mit beobachtet hatte. Kennten wir die Lage der Vertikalfläche, in der die Kugel sich um diese Zeit befand, und ihre Durchschnittslinie mit dem Horizonte, so dürfte man nur nach dieser Richtung durch B eine gerade Linie ziehen; und dort wo diese Linie unserm Kreise begegnen würde, müßte auch wieder der gesuchte Punkt unserer Projektion seyn. Zum

Unglücke ist unter den vier Abweichungswinkeln nicht ein einziger, der gerade in dem Augenblicke bestimmt worden wäre, der für uns der wichtigste ist; und die nächsten von beyden Seiten sind immer noch so weit entfernt, daß es nicht leicht angehen würde, zwischen ihnen ein Mittel zu nehmen.

Mit allem dem können wir doch die übrigen Abweichungswinkel nicht ungebraucht lassen. Je seltener die Beobachtungen sind, je kostbarer sind sie; vielleicht können sie doch noch zur Erreichung unsers Endzweks das Ihrige beytragen.

Unter allen Abweichungswinkeln von d'Agelet, ist keiner für uns wichtiger, als derjenige von 67° 15′, um welchen der Aerostate von seiner ersten Richtung 5′ nach dem Augenblicke abgewichen war, indem er sich selbst überlassen wurde. Er mußte damals schon lange über die erste und zweyte Periode seiner Bewegung hinaus seyn, seine Bewegung mußte schon lange angefangen haben gleichförmig zu werden; und die unendlich viele Lokalursachen, die nur in den untern Regionen der Atmosphäre die Luft in Bewegung setzen, mußten entweder ganz aufgehört haben auf ihn zu wirken, oder er war ihnen doch ungleich weniger als zuvor ausgesetzt. Er war überdas schon damals von den Standpunkten der Beobachter, bey welcher die Linie, auf der er sich befand, selbst bey einer nur ungefähren Angabe der Entfernung

sehr genau bekannt werden konnte. Dieses ist also der Abweichungswinkel, dessen wir uns bedienen werden, die Stelle der Kugel in diesem Augenblicke zu bestimmen, und ist einmal diese Untersuchung vollendet, so können alsdann auch die übrigen Abweichungswinkel uns zur Erreichung unsers Endzweks führen, auf der Charte die Projektion der Bahn zu entwerfen, auf der die Kugel fortgieng.

Ich ziehe demnach auf meiner Charte die Linie ET, die mit EB einen Winkel 67° 15′ macht, dem Abweichungswinkel gleich, den d'Agelet bey einer scheinbaren Höhe von 33° beobachtet hatte.

Es muste sich also in diesem Augenblicke die Kugel über irgend einem ihrer Punkte in senkrechter Höhe befinden. Unter der Voraussetzung, daß sie zu der Zeit, wo sie sich im Gewölke verlohr, eine Höhe von 450 bis 500 Toisen erreicht hatte, mußte also die Höhe, auf der sie sich um 5 St. 7′ Abends in dem Augenblicke befand, da d'Agelet ihre scheinbare Höhe und ihren Abweichungswinkel beobachtete, zwischen 700 und 800 Toisen seyn. Gesetzt nun, T seye der Punkt der bisher noch unbestimmten Linie ET, in dessen Vertikallinie die Kugel damals war; so ist denn diese Linie ET die Basis eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen Höhe zwischen 700 und 800 Toisen, und dessen Winkel an der Grundlinie von 33° ist. So sind denn nun endlich die gegebenen Größen

da, die zur Berechnung dieser E T erfordert werden. Sie fällt zwischen 1077 und 1231 Toisen. Wir sind also zwar in der Lage dieses Punkts T noch sehr ungewiß; allein da es uns blos um den Winkel zu thun ist, den diese Linie E T mit E B macht, und der uns in den Stand setzen muß, die Lage der Linie B T auf der Charte zu bezeichnen; so müßte wegen dem sehr kleinen und spizen Winkel, den die Linien E T und B T untereinander machen, der Fehler, der in der Angabe der Linie B T begangen worden, außerordentlich groß, und mehr als die Hälfte des Ganzen seyn, um uns über die wahre Lage der Linie B T länger in der Ungewißheit zu lassen.

In diesem Dreyecke E B T kennen wir nun außer dem Winkel B E T, noch die beyden äußersten Grenzen, innerhalb welchen die Länge der Linie E T fallen muß, und so werden dann nach den ersten Lehrsätzen der Trigonometrie, die beyden äußersten Werthe, die der Winkel E B T haben kann, 106° 8′ $\frac{1}{2}$ und 106° 59′ $\frac{1}{2}$. Und so sind wir dann der wahren Lage der Linie B T, so unbestimmt auch die Entfernung des Punkts T war, wenigstens auf 50′ nahe gekommen. Diese Linie scheint nun die wahre Richtung des Windes gewesen zu seyn; und da sie dem Kreise N P M in dem Punkte *u* begegnet, so muß dies zugleich der Punkt seyn, der bisher das Ziel unserer Untersuchungen war; einer der Punkte unserer Projektionslinie.

Mit diesem Resultate stimmen auch die übrigen Abweichungswinkel von d'Agelet mit einer Genauigkeit überein, die man gewiß nicht erwartet hätte. Und 5 St. 4′ Abends war der Abweichungswinkel des Aerostats BEQ von 30°. Unter der Voraussetzung, daß seine wahre Höhe in dem Augenblicke, da er sich im Gewölke verlohr, zwischen 450 und 500 Toisen war, und daß er in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegte, folgt seine Höhe 5 St. 4′ Abends zwischen 290 und 320 Toisen. Dieses ist nun wieder die Höhe eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen Winkel an der Grundlinie, die in diesem Augenblicke von d'Agelet beobachtete scheinbare Höhe seyn muß, 59° 40′. So fällt denn die Grundlinie dieses Dreyecks zwischen 168 und 188 Toisen; und mit einer Genauigkeit, die man nicht erwarten konnte, und die die meisten unserer Voraussetzungen rechtfertigen muß, ist der Theil der Linie EQ, der von E bis an unsere Linie BT reicht, genau die mittlere Proportionallinie zwischen 160 und 188; dies versichert uns die Auflösung des Dreyecks EB *m*. Von 5 St. 4′ Abends also, bis um 5 St. 7′ blieb der Ballon in der Vertikalfläche unserer Horizontallinie BT; und er muß wenigstens diese 3′ über sich nicht sehr weit von ihr entfernt haben; ein Beweis, daß in dieser Region der Atmosphäre die Richtung des Windes schon ziemlich beständig war.

Ein etwas von diesem verschiedenes Resultat giebt uns der erste unter d'Agelet's Abweichungswinkeln, der um 5St. 2′ 52″ Abends, von 20° beobachtet wurde. Es muß mit Beybehaltung unserer alten Voraussetzungen, die wahre Höhe der Kugel zwischen 125 und 139 Toisen gewesen seyn. Dies ist wieder der Cathet eines rechtwinklichen Dreyecks, dessen Winkel an der Grundlinie, die von d'Agelet in eben diesem Augenblicke scheinbare Höhe 53° 40′ betragt; und dessen Grundlinie also, die uns einen neuen Punkt unserer Horizontalprojektion geben muß, zwischen 92 und 102 Toisen fallt.

Die Lage, von E aus, auf die Linie E ζ getragen, reicht bey weitem nicht an die Linie B T; und der nunmehr bestimmte Punkt unserer Projektion n fällt ohngefähr in die Mitte zwischen ihr und dem Standpunkte des Herrn d'Agelet. Es befand sich also um diese Zeit der Ballon noch nicht in der Vertikalfläche der Horizontallinie B T, sondern ungleich mehr gegen Nordosten zu. Es stimmt hier unsere Rechnung mit der allgemeinen Beobachtung aller Zuschauer überein, die, nach Meusnier's Zeugnisse, den Ballon unmittelbar nach dem Augenblicke, da er sich selbst überlassen wurde, sehr stark nach der rechten Hand zu sich bewegen, und ihn dann erst wieder auf die linke zurückkehren sahen. Es war aber auch dies noch eine sehr niedrige Region der Atmosphäre, in der der Aerostate, den vereinigten

Wir-

Wirkungen unendlich vieler verschiedener Lokalursachen ausgesetzt werden mußte, von welchen die höhern Regionen gröstentheils frey zu seyn scheinen. In unserm Falle wird diese Muthmaßung noch dadurch zu einem sehr hohen Grade der Gewißheit erhoben, daß in eben diesem Augenblicke das sehr dichte Gewölke sich in einen Regen aufzulösen anfieng; eine Wirkung der Natur, mit welcher immer gewisse Bewegungen in der Atmosphäre begleitet seyn müssen, durch welche diese unerwartete Krümmung des Aerostats sehr leicht erklärt werden kann.

Es vereinigen sich also Theorie und Beobachtung darin, daß der Aerostat von der Stelle aus, wo er sich selbst überlassen wurde, sich zuerst nach der rechten Seite zuwandte, von da wieder umkehrte, und alsdann erst über der Linie B T beständig fortgieng, da er sich auf einer Höhe von 300 Toisen befand; eine Höhe, auf der das Barometer etwa um 2 Zolle gefallen seyn muste. Es kann seyn, daß er nicht gleich vom *m* beständig fortgieng, vermuthlich trieb ihn seine vorige Bewegung noch etwas auf die andere Seite hinüber, und nach dem, was wir von der Elasticität der Luft wissen, und den Schwingungen, die sie immer gerne hervorbringt, wird es sehr wahrscheinlich, daß die wahre Bahn des Aerostats eine Schlangenlinie war, die ihre Axe B T in noch weit mehrern Punkten zerschneiden mußte. Allein es würden Beobachtungen in ungleich größerer Zahl, und von

einem noch ganz andern Grade der Genauigkeit erfordert, um alle diese Punkte wirklich zu bestimmen; und dann ist doch noch erst eine Frage, ob die Physik viel durch diese Untersuchung gewinnen würde?

Nach Jeaurat's Beobachtung wurde die Kugel schon sehr stark nach der rechten Seite bewegt, 6″ vor dem Augenblicke, da Herr d'Agelet sie in dem Punkte *n* beobachtete, und so mußte dann die Kugel in ungleich kürzerer Zeit von B bis nach *n* bewegt worden seyn, als sie von *n* aus in ihre vorige Richtung zurückkehren konnte.

Und ist es erlaubt noch eine Vermuthung zu wagen, auf die uns wenigstens das Gesetz der Stätigkeit sehr natürlich führt, so muß der zweyte Durchschnittspunkt *μ* nicht nur ungleich weiter von *m* entfernt seyn als dieser von B ist, sondern er muß noch weit über unsern beschriebenen Kreis NPM hinaus fallen, über welchem sich die Kugel in senkrechter Höhe nur 53″, nachdem sie über *m* gewesen war, befand; da im Gegentheile der Weg B *n m* wenigstens 120″ dauerte. Hatte also wirklich noch eine zweyte Bewegung der Kugel auf der linken Seite der Linie BT von *m* bis *μ* statt, so muß diese noch lange nicht geendigt gewesen seyn, da die Kugel vor dem Kreise MPN vorbeygieng; es scheint daher der Punkt dieses Kreises, über dem sich die Kugel in senkrechter Höhe befand, zwar nicht ganz in der Linie BT zu liegen, aber doch nicht weit von ihr entfernt zu seyn.

So ist denn nunmehr der Projektionspunkt unserer Bahn für den einzigen Augenblick, in welchem d'Agelet's und Jeaurat's Beobachtungen gleichzeitig sind, sehr genau bestimmt: es ist der Punkt z in unserer Charte etwas auf der linken Seite von B T. Seine wahre Entfernung von B T ist durch keine Beobachtung bestimmt; wir nehmen also dafür den Durchschnittspunkt u des Kreises NPM und der geraden Linie B T an.

In dem Dreyecke E B T kennen wir nunmehr die Größe des Winkels E B u ziemlich genau; er kann sich von 107° nicht merklich entfernen. Wir kennen die Seite B E von 129 Toisen, die Seite C E von 171, den Winkel B E G bestimmt die Charte von Paris auf 86°; der Winkel B E C also hat 94°. Aus diesen Angaben führt uns nun die Trigonometrie auf die Kenntnis der Winkel E B C und E C B; der erstere enthält 50° 26′, 28 und der leztere 35° 33′, 72. Es ist also die Linie B C = 221,2 Toisen, der Winkel u B C enthält 157° 26′, 28. Es wird endlich durch eine Reihe von trigonometrischen Schlüssen, die ich dem eigenen Fleiße derjenigen meiner Leser, die Kenner der Wissenschaft sind, überlassen muß, die Linie E u von 315,67 Toisen. Dies ist die Entfernung des Punktes u von dem Dom der Militairschule, dem Standpunkte des Herrn Jeaurat.

Bey dieser horizontalen Entfernung der Kugel war die von Herrn d'Agelet beobachtete scheinbare Höhe von

53° 37′. Und dies ist der Winkel an der Grundlinie eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen Basis von 315,67 Toisen ist, und dessen Cathet also von 428 ½ Toisen seyn muß. So wäre denn die wahre Höhe in diesem Augenblicke, von der wir bisher nichts wußten, als daß sie zwischen 450 und 500 Toisen fiel, bis auf eine halbe Toise sehr genau bestimmt.

Dreyzehn Sekunden hernach verlohr Jeaurat die Kugel ganz aus dem Gesichte. Nehmen wir an, daß die Kugel in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegte; eine Voraussetzung, die bey einem so geringen Unterschiede der Zeiten, der Wahrheit sehr nahe seyn muß, so wird dadurch die wahre Höhe der Kugel in diesem Augenblicke auf 461 und ⅓ Toisen bestimmt.

Der Punkt des Horizontes, über dem sich der Ballon in senkrechter Höhe befand, da er sich in dem Gewölke verlohr, hat nun keine Schwierigkeiten mehr. Es wird dieser Punkt der Scheidepunkt des rechten Winkels in einem Dreyecke seyn, dessen Cathet 461 ⅓ Toisen hat, und dessen Winkel an der Grundlinie die von Jeaurat beobachtete scheinbare Höhe, 28° 40′ beträgt, dessen Grundlinie also von 844 Toisen seyn muß. Man beschreibe demnach aus G, als aus einem Mittelpunkte, mit einem Halbmesser von 844 Toisen einen Kreisbogen, der der Linie BT in irgend einem Punkte t begegnen muß, so ist dadurch der Punkt bestimmt, über welchem sich die

Kugel befand, da sie sich aus dem Gesichte verlohr. Auf der Charte von Paris fällt dieser Punkt an das Ende der Gasse St. Dominique, in gleicher Entfernung von der Peterskirche und der Marien-Gasse.

So lassen sich denn auch die übrigen Angaben über die Bahn der Kugel, die zu dieser Zeit in Paris beynahe von jedem bekannt gemacht worden, der auch mit unter die Geometer gerechnet seyn wollte, und die doch meistens auf bloße Muthmaßungen hinausgehen, aus ihrem wahren Gesichtspunkte beurtheilen.

Wichtiger sind die Beobachtungen von Le Gentil und Prevost. Der erstere beobachtete auf einem Standpunkte der etwa eine Toise höher liegt als der Dom der Militairschule; und es scheint aus seinen Beobachtungen zu folgen, daß die Kugel, da sie sich aus dem Gesichte verlohr, 451½ Toisen über den Altan der Sternwarte erhaben war, eine Höhe, die mit unserer Angabe sehr genau übereinstimmt, denn ihr ganzer Unterschied beträgt kaum um eine Toise weniger, als der Unterschied beyder Standpunkte selbst beträgt. Dies ist wenigstens die Höhe des **Meusnier**, die er aus **Le Gentil's** Beobachtungen hergeleitet hat, und die gewiß von ungleich bessern Gründen unterstützt ist, als die von 488 Toisen, die man aus eben diesen Beobachtungen, mit ungleich weniger Wahrscheinlichkeit hergeleitet hatte. Ist noch ein kleiner Unterschied von etwa einer Toise vorhanden, so läßt sich dieser

sehr leicht aus der Richtung des Windes erklären, der wirklich die Kugel dem Beobachter auf der Sternwarte etwas früher als dem auf dem Gardemeuble aus dem Gesichte entziehen mußte.

Aus **Prevost's** Beobachtungen leitet **Meusnier** die Folge her, daß die Höhe der Kugel, von seinem Standpunkte an gerechnet, der noch um 15 $\frac{1}{2}$ Toise höher liegt als der Dom der Militairschule, 455 $\frac{1}{2}$ Toisen betrug. Ihre eigentliche Höhe über d'Agelet's Standpunkte also, der mit dem Altane der Sternwarte ohngefähr in einer Horizontallinie liegt, würde 471 Toisen seyn. Der Unterschied von 10 Toisen zwischen dieser und der Höhe, die wir ohnmittelbar aus **Jeaurat's** Beobachtungen hergeleitet haben, und der auf dieser Höhe einen Unterschied der Zeit von etwa 4″ beträgt, ist eine sehr natürliche Wirkung davon, daß auf einem höher gelegenen Standpunkte die Kugel noch auf einige Toisen weiter mit den Blicken verfolgt werden konnte.

Dies sind nun die Gründe, nach welchen die Tafel berechnet worden ist, mit der der Leser nun alle Resultate der bisherigen Schlüsse des Herrn **Meusnier** mit einem Blicke übersehen kann. Ich mache sie mit Vergnügen den deutschen Freunden der Mathematik und der Naturlehre bekannt; und ich setze noch mein freymüthiges Urtheil hinzu, daß bey einer so großen Ungewißheit, bey einer so geringen und zerstreuten Zahl genauer, zuverläßiger

Beobachtungen, die an dem Tage des Versuches angestellt werden konnten, eine Tafel, in welcher die Resultate aller dieser Beobachtungen unter sich und mit der Theorie so genau vereinigt sind, das gröste Meisterstück vom geometrischem Beobachtungsgeiste und Scharfsinne seyn muß.

Es stellt gleich die dritte Colonne dieser Tafel die wahre nunmehr bestimmte Höhe der Kugel in jedem der Augenblicke dar, für welchen eine Höhenmessung vorhanden ist. Sie sind alle von dem Horizonte an berechnet, über welchen der Dom der Militairschule um 20 Toisen erhaben ist; und dies ist auch die Höhe, die zu jeder unserer bisherigen Bestimmungen hinzugesetzt werden muß, damit sie den Resultaten unserer Tafel gleich werden.

Die Aufschrift der zweyten Reihe sagt uns zugleich die Richtung des Windes. Wir haben den Winkel E B T auf 107 ° bestimmt; sein Nebenwinkel also ist 73 °; und da nach der Charte von Paris die längere Seite des Marsfelds mit der Mittagslinie einen Winkel von 43 ° macht; so war es demnach ein Sudwestwind, der sich von der Mittagslinie um 30° entfernte. Es geht diese Linie nicht gerade auf Ekouen zu, wo die Kugel niederfiel; und dies ist nur noch eine Uebereinstimmung mehr mit dem historischen Berichte, nachdem die Kugel wirklich auf der Morgenseite von Gonesse gesehen wurde, bis ein neuer Wind sie nach Ekouen hinüber führte.

In der vierten Reihe sieht man auch die Räume, die die Kugel in der Richtung des Windes auf der Linie B T beschrieben hat. Die fünfte Reihe endlich zeigt an, um wie viel sie sich ohngefähr in jedem Augenblicke von dieser mittlern Linie B T entfernt haben muß, die als die Axe der Horizontalprojektion ihres Weges angesehen werden kann.

Man findet endlich noch zu Ende von Meusnier's Briefen eine zweyte Tafel, die das Ziel aller seiner Untersuchungen seyn sollte, aber es meinem Urtheile nach nicht ist. Es sollte diese Tafel die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung anzeigen. Unter den 6 Reihen dieser Tafel ist also die zweyte diejenige, bey der die Zeit, der Augenblick angezeigt ist, in welchem sich die Kugel auf den Höhen der vierten und fünften Reihe befunden haben muste. Die meisten davon sind eben diejenigen, die in dem Verzeichnisse von d'Agelet's Beobachtungen stehen. Es sind drey andere da, die mit den gehörigen Berichtigungen nach Prevost, Jeaurat und Le Gentil angegeben worden sind. Es sind endlich noch die zwey ersten da, die durch keine Beobachtungen unterstützt, nach der allgemeinen Theorie der Bewegung eines Aerostats von Meusnier berechnet worden sind. Die zweyte Tafel sagt uns, wodurch sich jeder dieser Augenblicke vor den übrigen ausgezeichnet hat; und unter ihnen ist der erste derjenige, da die Kugel sich selbst überlassen wurde; der zweyte der,

in welchem sie ihre gröste Geschwindigkeit erreicht hatte; der dritte, da sie mit der Kuppel der Militairschule und dem Altane der Sternwarte sich in einer Horizontalebene befand; der vierte, da d'Agelet, der fünfte, da Le Gentil, der sechste, da Jeaurat, der siebente, da Prevost sie aus dem Gesichte verlohr; der achte, da sie wieder auf einige Augenblicke aus dem Gewölke hervorkam; und der neunte, in welchem sie nach dem, was uns die Theorie der Bewegung hierüber sagt, ihre gröste Höhe erreicht haben, und mit der sie umgebenden Luft im Gleichgewichte stehen mußte. Es enthält die vierte Reihe, die wahre Höhe der Kugel für jeden dieser Augenblicke, so wie **Meusnier** sie aus der Vergleichung aller Höhenmessungen in Toisen bestimmte; und die fünfte, eben diese Höhe nach der Theorie berechnet. Die sechste endlich, die so wie die vorige blos auf die Theorie gegründet ist, zeigt uns für jede dieser Höhen die Masse der atmosphärischen Luft an, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich war.

Die vorzüglichsten Reihen dieser Tafel also sollen die vierte und die fünfte seyn; es war dem Herrn **Meusnier** unendlich viel daran gelegen, sie unter sich übereinstimmend zu erhalten. Daß sie es wirklich sind, dies wird wohl keiner in Zweifel ziehen, der beyde Tafeln nur mit einem Blicke übersieht: allein zum Unglücke sind alle Glieder der fünnften Reihe sehr verdächtig; und wir

haben mehr als eine Ursache zu vermuthen, daß sie mit den Gliedern der vierten Reihe nur deswegen übereinstimmend sind, weil Meusnier so sehr gewünscht hatte, daß sie es wären. Es sind sehr viele Gründe da, wodurch diese Vermuthung gerechfertigt wird.

Unter den gegebenen Größen, auf welchen alle Rechnungen von Meusnier beruhen, sind einige zuverläßig unrichtig. Es ist es die Masse der Luft auf dem Horizonte, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich war, die Meusnier auf 86,477 Pfunde setzt, da sie doch nach einer genauen Theorie höchstens von 80 gewesen seyn muß. Es werden durch diese einmal gewordene Voraussetzungen alle Rechnungen von Meusnier in einem gewissen Grade unrichtig. Es wird es das Gewicht der innern Luft, das höchstens von 20 Pfunden gewesen seyn kann, und das Meusnier 26,477, also um ein ganzes Drittel zu groß annimmt. Es wird aus eben dem Grunde unrichtig das ganze Gewicht der Kugel. Es wird es endlich die Zahl N, eine unter den wenigen, auf welchen die ganze Rechnung beruht, und die nicht um ein Zehntheilchen größer oder kleiner angenommen werden könnte, ohne daß dadurch alle unsere Resultate merklich verändert würden.

Es fehlt in Meusnier's Rechnungen eine andere Größe, ohne die ich nicht begreife, wie in diesem Falle irgend eine Rechnung angestellt werden könne; es ist die Sub-

tangente unsers Logarithmen-Systems; es ist die Linie, durch welche die specifische Federkraft der atmosphärischen Luft, durch welche ihre Dichtigkeit im Horizonte, so wie auf jeder andern Höhe durchaus bestimmt werden muß, und allein bestimmt werden kann. Unter allen meinen Formeln, unter allen meinen Gleichungen ist keine einzige, an welcher die Subtangente nicht ungleich den grösten Antheil hatte: und diese unentbehrliche Linie finde ich in **Meusnier's** Verzeichnisse seiner gegebenen Größen nicht: und ich sehe keine andere zugleich, wodurch die Stelle der Subtangente ersetzt würde, als etwa den Modul seines logarithmischen Systems; eine Zahl, die im umgekehrten Verhältnisse der Subtangente stehen soll, und die klein genug ist, um alle unsere Resultate unrichtig zu machen; eine Zahl, die **Meusnier** gegen alle vernünftige Grundsätze der Physik, als beständig annimmt, und ihr einen Werth beylegt, der im gegenwärtigen Falle von dem, den sie haben sollte, merklich abweicht.

Ich vermisse ferner in **Meusnier's** Rechnung, die genaue Eintheilung der Perioden, die ich wenigstens für eine vollständige Theorie als unentbehrlich ansehe. Bey **Meusnier** bewegt sich der Aerostate vom Horizonte an, bis auf die Höhe, wo er seine gröste Geschwindigkeit erreicht hat, ganz nach eben den Gesetzen, als wenn die Dichtigkeit der Luft in diesen untern Schichten

ohne alle Abnahme, sich selbst gleich bliebe : bey ihm ist also nicht die geringste Spur der Abweichung, die schon im ersten Augenblicke einen gewissen bestimmten Werth hat, die mit der zunehmenden Höhe immer größer wird, und die auf die genauere Bestimmung des Raums, der Geschwindigkeit, und der beschleunigenden Kraft einen so merklichen Einfluß hat. Von dieser Stelle geht dann der Körper unmittelbar in die dritte Periode hinüber; und hier soll, nach der Voraussetzung des Meusnier, auf welche alle Berechnungen dieses Abschnitts sich gründen, seine Bewegung beynahe gleichförmig seyn; eine Voraussetzung, deren bloße Möglichkeit schon von den allerersten Grundsätzen der Mechanik verneint wird. Es fehlt endlich bey Meusnier die ganze vierte Periode. Nach ihm hört der Aerostate auf bewegt zu werden, so bald er mit der ihn umgebenden Luft im Gleichgewichte steht. Allein eine genauere Untersuchung überzeugt uns, daß der Aerostate alsdann erst noch einen Raum zurücklegen müsse, der dem Exponenten des Widerstandes gleich ist; und dieses in einer Zeit, die wegen der sehr langsamen und beynahe erschöpften Geschwindigkeit des Körpers sehr beträchtlich seyn muß.

Die Vergleichung seiner und meiner Resultate, beweiset es bey dem ersten Blicke, wie groß zwischen beyden der Unterschied ist, und wie wenig also die meinigen mit den Gliedern seiner vierten Reihe übereinstimmend seyn

würden. Es sagt auch wirklich in seinen Briefen der Verfasser mit keinem Worte, nach welchen Grundsätzen er seine fünfte Tafel berechnet hat; und es würde wohl nicht schwer seyn zu beweisen, daß eine solche Rechnung überhaupt unmöglich ist; und daß gerade den 27 August durch die Vereinigung der Zeit und der Umstände am allerwenigsten der Fall war, da durch die Theorie allein die Bahn bestimmt werden konnte, auf der die Kugel fortgehen muste.

In der That ist unsere ganze Rechnung nur für den Fall gültig, der bey ihr die beständige Voraussetzung ist; daß der Aerostate nach den Gesetzen unserer Schwere senkrecht aufsteige, und von aller Seitenbewegung frey seye, die hier nicht ein einziges von allen unsern Resultaten unverändert lassen würde. Es folgt deswegen noch nicht, daß, da diese Voraussetzung selten zutrift, Theorie und Rechnung dadurch unbrauchbar und überflüssig werden; es ist für uns immer unendlich wichtig, die Bewegung des Körpers unter der Voraussetzung genau zu kennen, die die natürliche ist, die die nothwendige Folge unserer Mechanik ist; und daher bey jeder andern Bewegung des Aerostaten, sie mag auch die zusammengesetzte Wirkung von noch so vielen entgegengesetzten und veränderlichen Lokalursachen seyn, immer zum Grunde liegen muß. Allein wie sollte es an dem Tage des Versuches möglich gewesen seyn, bey der Berechnung der Bahn

der Kugel, die geringste Anwendung einer Theorie zu machen, die nothwendig eine senkrechte Bewegung voraussetzt; an dem Tage, da der Himmel mit Wolken bedeckt war, da also schon das erste Gesetz und das einzige, nach dem wir die Dichtigkeit der Luft für jede gegebene Höhe berechnen, in seiner Anwendung unzuverläßig werden muste; an dem Tage endlich, da schon in dem ersten Augenblicke ihrer Bewegung die Kugel Krümmungen beschrieb, für die unsere Mechanik noch keine Regeln hat, und da sie schon auf einer Höhe von 200 Toisen von einem Sudwestwinde empfangen wurde, der sie in einer halben Stunde 5 Meilen weit bis nach Ekouen trieb?

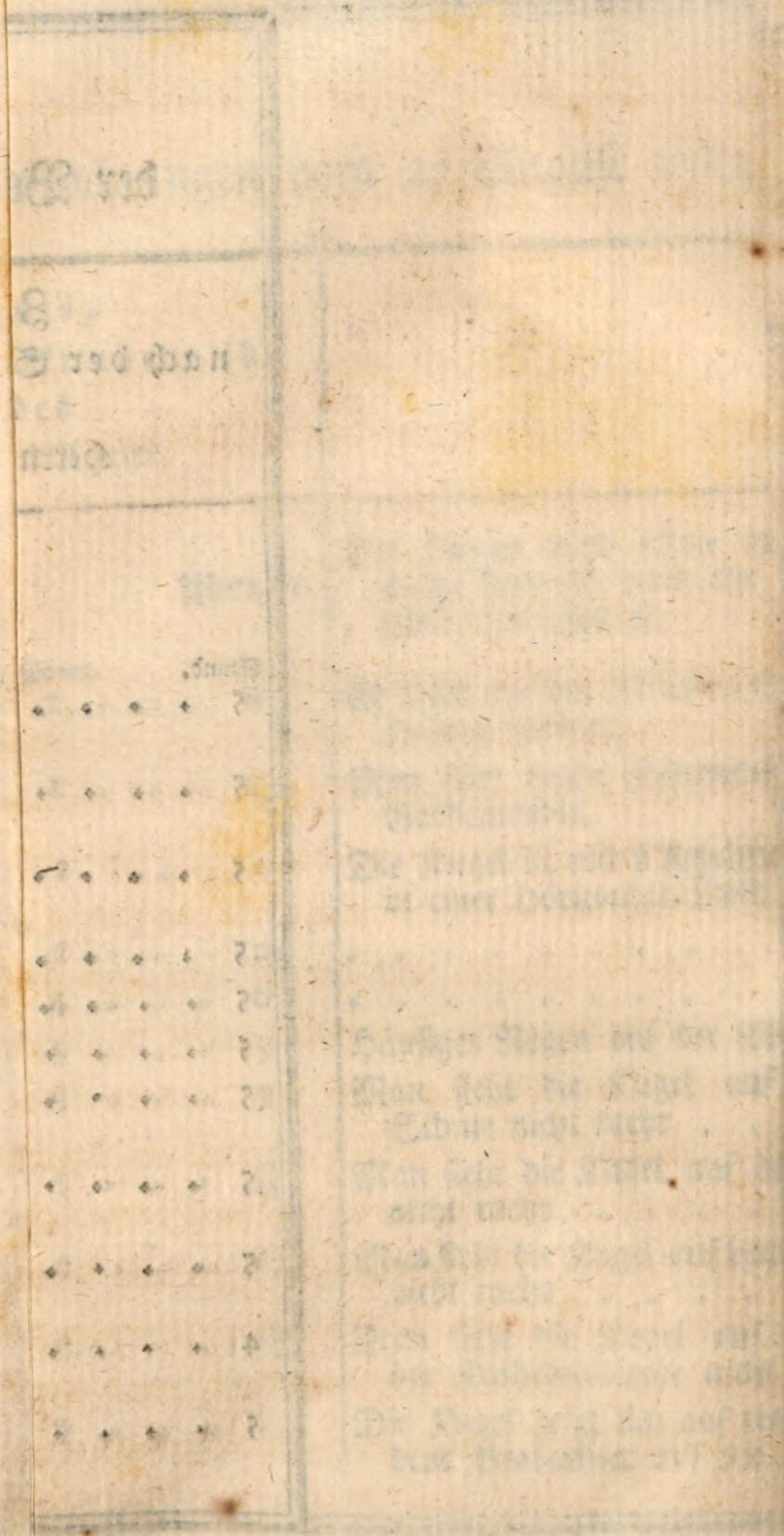
Ich glaube nicht, daß diese Fehler die Achtung des Publikums für einen Gelehrten im geringsten vermindern werden, dessen ausgebreitete Kenntnisse und vorzügliche Fähigkeiten ihm die allgemeine Aufmerksamkeit einer der aufgeklärtesten Hauptstädte in Europa zuwegen gebracht haben; in einem Alter, dessen gewöhnliche Bestimmung bey dem ungleich größern Theil der Menschen die ist, noch selbst zu bewundern; und in welchem es sehr selten ist, schon Bewunderung zu erregen: gegen einen Gelehrten, zu dessen verdientem Lobe ich schon vieles in diesem ersten Theile gesagt habe, und in der Fortsetzung meiner Geschichte noch viel mehr sagen werde, da aller Wahrscheinlichkeit nach Herr Meusnier in den Jahrbüchern dieser Erfindung eine der vorzüglichsten Stellen behaupten wird.

der Beobachtungenen Ma

Num.	Zeit, [illegible] nach Herrn d'Agbestimmt.	
	Stund.	Min.
1	5	1
2	5	1
3	5	2
4	5	2
5	5	4
6	5	4
7	5	5
8	5	5
9	5	5
10	5	5
11	5	7
12	5	27

, über Robert und Charles.

	Abweichungen von der Richtung des Windes zur Rechten und zur Linken.
f der S die Kugel	
Schule die	
chuß auf	
s Standpu	Toisen
. . .	17 gegen die Rechte.
. . .	40 gegen die Rechte.
. . .	0.
ilitär-Sch	etwas weniges gegen die Linke.
der Mil	
. . .	eben so.
r Sternn	
. . .	eben so.
Gardeme	
. . .	eben so.
den Thür	
mehr .	eben so.
en Auger	
Kriegsschu	0.



Siebzehnter Abschnitt.

Historischer Bericht über den ersten Montgolfier'schen Versuch von den dazu ernannten Mitgliedern der Akademie ihr zur Untersuchung übergeben.

Ich erhalte in diesem Augenblicke den historischen Bericht, der auf Befehl des Herrn d'Ormesson, General-Controleur, als eine zuverläßige Urkunde, aus unmittelbaren öffentlichen Nachrichten geschöpft, von den dazu ernannten Mitgliedern der Akademie in Ordnung gebracht, mit einem Urtheile begleitet, und der Akademie zur Untersuchung vorgelegt worden ist. Man findet in diesen Berichten eine kurze Erzählung der verschiedenen Projekten über Luftschiffe, die uns die Geschichte der Physik aufbehalten hat; die kleinere, zum Theil auch vergebliche Versuche der Herren **Montgolfier's**, die vor ihren glücklich ausgeführten großen Unternehmungen vorhergegangen sind; eine genaue Erzählung der ganzen Art, wie sie dabey zu Werke gehen; physische Vermuthungen über die Ursache, wodurch ihre Maschine in der Höhe erhalten wird; und endlich Aussichten in die Zukunft

über den Gebrauch dieser Maschine, ihre Bestimmung, über den Nutzen, den der Staat, die Wissenschaften, und die Menschheit mit Recht von ihr erwarten können.

Frankreich hat vor allen andern europäischen Staaten in den Wissenschaften den Vorzug, der selbst von dem großen, so sehr gerühmten Britannien nicht gesagt werden kann; das hier die Vornehmsten, die Großen und Reichen der Nation, nicht blos Kenner, nicht blos Freunde der Wissenschaften, nicht blos Beschützer ihrer Gelehrten, sondern selbst Gelehrte vom ersten Range, Mitglieder der Akademie, und ihre vorzüglichste Zierde sind. Es wurde daher in diesem Staate die Montgolfier'sche Erfindung mit allen den Merkmaalen der Aufmerksamkeit und Achtung, mit allem dem Eifer sie noch zu einem höhern Grade der Vollkommenheit zu bringen, aufgenommen, mit der man nur immer eine Sache aufnehmen konnte, die man als eine der ersten Angelegenheiten der Nation ansahe. Es entschloß sich die Akademie, einen Theil der Summe, die ihr von dem Könige jährlich zu kostbaren Versuchen über die Physik verwilligt wird, zur Vervollkommnung der Montgolfier'schen Maschine anzuwenden. Es nahm bald darauf die Regierung selbst diese Sorge mit allen den Unkosten allein über sich, die nur immer dazu erfordert werden konnten. Es verursachte endlich eben das auffallende dieser Entdeckung, die sehr bald die allgemeine Beschäftigung aller Gelehrten und Künstler

der

der Nation wurde, daß man dem gedruckten Urtheile und Zeugnisse der Akademie mit Ungedult entgegen sahe: und dieses Urtheil wurde den drey und zwanzigsten Christmonat des vorigen Jahres wirklich dem Drucke übergeben; die dazu ernannten Mitglieder der Akademie waren die Herren **Le Roy**, **Tillet**, **Brisson**, **Cadet**, **Lavoisier**, der Marquis von **Condorcet**, und Baron **Desmarest**.

Die Litterarischen Nachrichten über die Physischen Projekte der Gelehrten vor **Montgolfier**, zu einer Zeit, da die Physik die wahren Mittel noch lange nicht kannte, sind gewiß hier die unwichtigsten; und daß die Akademie sie für nothwendig hielt, dieß scheint nur zu beweisen, daß die Anzahl der unedlen Verkleinerer der Verdienste der Erfinder sich noch nicht ganz verloren hat. Noch immer herrscht wirklich in Frankreich nicht so sehr als in andern europäischen Staaten eine gewisse Abneigung, eine geheime Eifersucht, eine Begierde, diese wirklich große Entdeckung so klein als möglich zu machen; eine Leidenschaft mit einem Worte, die Wirkung des Hasses gegen eine Nation, die eben sich nicht auf die aerostatischen Kugeln berufen muß, um ihre großen, oft unerkannten, oft aus einem lächerlichen Gesichtspunkte beurtheilten Verdienste um die Wissenschaft und um die Menschheit geltend zu machen. Das Unerwartete, das Unglaubliche der Entdeckung selbst, das noch mehrere Monate nach der wahren Epoche, dem unaufgeklärtern Theil unwissender

Journalisten lächerlich vorkam, und der Satyre Preis gegeben wurde, beweist es mehr als alle Thatsachen, daß die Entdeckung neu war, und daß sie aus Lana und Galeni, so wenig als aus Plato und Aristoteles geschöpft worden seyn konnte; und wenn ich hier in diese gelehrte Untersuchung hinein gehe, so geschieht es blos in der Absicht, um unsern Enkeln einen Beweis mehr zu hinterlassen, daß zu ihrer Grosväter Zeiten kein Verdienst von Neide frey war.

Unter den großen Entwürfen über die Erweiterung der menschlichen Kenntnisse, die man von einem wirklich außerordentlichen Manne, von Roger Bacon erzählt, die aber in dem Zeitalter wo er lebte, alle unentwikelt bleiben mußten, ist auch einer, über eine Maschine zu fliegen. Allein es war bey ihr gar nicht von einer elastischen Luft, von einer specifischen Leichtigkeit die Rede; es sollten blos mechanische Mittel seyn, durch die er sich eine horizontale Bewegung zu verschaffen gedachte. Sie hat also mit der Montgolfier'schen Erfindung nicht das geringste gemein; und vermuthlich war sie, so wie sein redender Kopf, seine Telescope, sein Schießpulver das blose Geschöpf einer fruchtbaren Einbildungskraft.

Aufgeklärtere Begriffe über die Elasticität der Luft, und über ihre außer allen Zweifel gesetzte Schwere, mit welcher in der Mitte des vorigen Jahrhunderts die Physik bereichert wurde, überzeugten einen Gelehrten,

der zu Ende desselben lebte, von der physischen Möglichkeit eines Körpers, der specifisch leichter als die atmosphärische Luft, von ihr in der Höhe erhalten werden sollte.

Vier ungeheure kupferne Kugeln von 20 Fuß im Durchmesser, inwendig luftleer, den 23ten Theil einer Linie dick, und also leicht genug, um nicht nur selbst in der Höhe erhalten zu werden, sondern noch andere Körper mit fortzuziehen, sollten mit feinen Stricken an einen mit Seegeln und Mast versehenen Kahn befestigt seyn, und nicht nur ihn, sondern noch Menschen in diesem Kahne mit sich fortführen. Allein schon die Gelehrten derselben Zeit, **Hook** und **Borelli** bewiesen die Unmöglichkeit dieser Maschine; eine aufgeklärte Physik sahe in ihr eine bloße Chimäre, und der Geschichtschreiber schließt weiter nichts Vernünftiges daraus, als daß **Lana** es auch gewußt hat, daß die Luft schwer seye.

Nach ihm finden wir in den Jahrbüchern der Physik keine Spur eines solchen Gedankens mehr, bis auf 1755, da der Dominikaner **Joseph Galeni** in einem kleinen Werke einigermaßen die Bedingungen anzeigte, die zur Auflösung dieser Aufgabe erfordert werden. Seine Maschine sollte mit einer Luft erfüllt seyn, die specifisch leichter wäre, als die atmosphärische; allein aus der ziemlich weitläufigen Nachricht, die **Faujas de St. Fond** in seiner Vorrede davon giebt, sehe ich immer so viel,

daß Galeni an eine Hauptbedingung der Aufgabe nicht gedacht hat; es ist die der größern specifischen Federkraft der innern Luft, mit der die Maschine gefüllt seyn mußte. Seine Schrift verdient noch weniger Aufmerksamkeit, als Lana's seine; da ihr Verfasser selbst sie nicht im Ernste, sondern blos als eine mathematische Spielübung vorschlug.

Selbst die neuern Entdeckungen der künstlichen Luftarten waren vor Montgolfier noch bey keinem hinreichend gewesen, um das was durch sie möglich geworden war, zur Wirklichkeit zu bringen. Die Hauptbedingung der Aufgabe, eine Luft zu finden, die specifisch elastischer sey als die atmosphärische, war nun erfüllt; die brennbare Luft hatte alle Eigenschaften an sich, die hierzu erfordert wurden; allein niemals hatte sich ein Gelehrter im Ernste mit dem großen Montgolfier'schen Probleme beschäftigt. Und noch vor einem Jahre waren in der ganzen weiten Welt die beyden Montgolfier's die einzigen, die von der wirklichen Möglichkeit ihres Entwurfes überzeugt waren; die einzigen, die daran arbeiteten, ihn auszuführen; die einzigen, die ihn zur Wirklichkeit brachten.

Physische Versuche überzeugten sie, daß eine Wärme von 70° hinlänglich seye, die atmosphärische Luft bis auf die Hälfte zu verdünnen; und mehr brauchten sie nicht, um einen Körper hervorzubringen, der specifisch

leichter als die atmosphärische Luft wäre. Es überzeugte sie noch mehr, der wirkliche Versuch mit einem hohlen Körper von Taffet, der zum körperlichen Inhalt etwa 40 Kubikfuße hatte, und der mit einem angezündeten Papiere inwendig erhitzt, schnell zuerst an die Decke des Zimmers flog, und dann im Garten bis auf eine Höhe von 70 Schuh hinaufflieg.

Von diesem kleinern Versuche an machte die Wahrheit in ihrem Verstande schnelle und unerwartete Fortschritte. Ein etwa 16 mal größerer Körper als der vorhergehende, dessen körperlicher Inhalt von 650 Kubikfußen war, auf die nemliche Art mit erhizter Luft angefüllt, stieg mit einer so großen Gewalt in die Höhe, daß die Seile zerrissen, durch die er zurückgehalten werden sollte. Er stieg bis auf 150 Toisen, und ließ sich sodann auf einen Weinberg nieder.

Nun wurde unter ihrer Aufsicht ein noch größerer Körper verfertigt, es war eben derjenige, durch dessen außerordentlich glücklichen Erfolg die Epoche dieser Erfindung auf den 5ten Junius 1783 festgesetzt wurde. Mit einem Durchmesser von 35 Fuß, und mit einem körperlichen Inhalt von 22000 Kubikfuß erhielt dieser Körper von innen erhizt, die erforderliche specifische Leichtigkeit, um außer seinem eigenen Gewichte von 500 Pfund, doch noch mit einer Gewalt von 490 Pfund in die Höhe zu steigen: er sollte schon den dritten April sich selbst über-

lassen werden; allein ein allzustürmischer Wind machte den glücklichen Erfolg unmöglich. Den 25 April, bey heiterm Himmel wurde der Versuch aufs neue wiederholt; die Seile rissen sich durch die Gewalt, mit der die Kugel aufstieg, aus den Händen der Arbeiter los, sie erhub sich bis auf eine Höhe von 200 Toisen, verweilte 10' lang in der obern Luft und fiel wieder auf die Erde, eine Viertelmeile von der Stelle, wo sie sich selbst überlassen worden war. Endlich den fünften Junius gieng der große Versuch vor sich, von welchem mein erster Abschnitt eine ausführliche Erzählung war.

Es seye also allen künftigen Jahrhunderten hiemit gesagt, daß die Erfindung der aerostatischē Maschine kein Werk eines ungefähren Zufalls war; daß langes Nachdenken, unermüdete Aufmerksamkeit, und eine reif überdachte Reihe von Schlüssen, ihre Erfinder darauf geführt hat; daß in ihrem Kopfe, in ihrer Einbildungskraft, innerhalb einem Jahre, das möglich worden ist, was man mehr als 5 Jahrtausende vor ihnen nicht zur Wirklichkeit bringen konnte; und daß die Nation, die auch in ihren Mitbürgern außerordentliche Verdienste nicht mit Neide belohnt, das gröste Recht hat, wenn sie auf den Erfinder stolz ist.

Bald nach diesem Versuche reiste der jüngere Montgolfier nach Paris, noch einige Tage vor dem Versuche auf dem Marsfelde, und erhielt sogleich den Auf-

trag einen Aerostat zu verfertigen. Es hatte diese neue Maschine 45000 Kubikfuße körperlichen Inhalts; sie wog 900 Pfunde; sie wurde verfertigt bey Herrn **Reveillon**, einem Freunde von **Montgolfier**, in der Vorstadt St. Antoine. Es wurde unter ihr das Feuer angezündet, in dieses Feuer Stroh und gehechelte Wolle geworfen; und so schwellte die Kugel in einem Augenblicke auf: sie zog ein Gewicht von 400 Pfund in die Höhe, und man hätte sich von dem Ausgange des Versuches alles versprechen können, hätte nicht ein dazwischen kommender stürmischer Wind ihn für diesen Tag unmöglich, und ein darauf erfolgter heftiger Regen die ganze Maschine auf immer unbrauchbar gemacht.

Montgolfier hatte nun zu Verfertigung einer neuen Maschine bis auf den 19ten des Herbstmonats, da sein Versuch in Gegenwart des Königs und des ganzen Hofes vorgehen sollte, nur noch 5 Tage Zeit; allein für ihn war dieses noch lange nicht zu wenig. Ein neues Sphäroid von gemeinem Leinwande, von 57 Fußen Höhe, von 41 im Durchmesser, und 37500 Kubikschuhen körperlichen Inhalts, das noch vor dem 19ten ganz fertig war, ersetzte den Verlust, den die stürmische Witterung am 14ten dieses Monats verursacht hatte. Es wog diese ungeheure Maschine ungefähr 800 Pfund.

Man machte schon den 18ten eine Probe damit. In dem Augenblicke, da sie auf das unter ihr angezündete

Feuer sich wirklich aufschwellte, verminderte ein ungestümmer Windstoß die allgemeine Erwartung, die man sich von ihr mit so vielem Rechte gemacht hatte; sie fieng an zu reißen in ihrem obersten Theile; und es war nun nicht mehr Zeit, diesen Schaden ganz zu ersetzen; man knüpfte die Lükke mit einigen starken Fäden zu. Einen Augenblick darauf war es ganz windstille: man bediente sich nun dieses günstigen Augenblicks, um die Maschine von neuem zu erheben. Fünfzig Pfunde Stroh, die unter ihr verbrannt wurden, waren hinlänglich, diese Absicht zu erreichen. Sie stieg wirklich, sie erhielt sich in der Luft etwa 6 Minuten lang, auf eine Art, die den glücklichen Erfolg des Versuches auf den folgenden Tag außer allen Zweifel setzen muste.

Ganz mit den nemlichen Vorkehrungen wurde diese Maschine in dem großen Hofe des Schlosses zu Versailles auf einem dazu aufgerichteteu Gerüste ausgespannt; und in der Gegenwart des Königs, der Königin, und des ganzen Hofes, war ein Kanonenschuß das Zeichen, daß der Versuch angehen sollte. Es wurden unter ihr 80 Pfunde Stroh, und 5 Pfunde Wolle verbrannt; die Maschine erhob sich, sie dehnte sich aus, sie wurde sich selbst überlassen, und stieg mit den 200 Pfunden, die man ihr noch mitgegeben hatte, bis auf eine Höhe von 200 Toisen. Sie beschrieb in horizontaler Linie noch eine sehr große Strecke, blieb in der Luft 10 Minuten lang, und fiel

endlich in einer Entfernung von 1700 Toiſen auf die Bäume. Sie ließ ſich ſo ſanft nieder, daß ſie ſelbſt nur die Zweige dieſer Bäume etwas bog, und daß ihr Fall auf die Thiere, die ſie zugleich mitgeführt hatte, nicht den geringſten unglücklichen Einfluß hatte.

Die gröſte Höhe, auf die die Maſchine geſtiegen war, iſt durch die Beobachtungen der Herren Le Gentil und Jeaurat näher beſtimmt worden. Der erſtere fand ſie 280 Toiſen über dem zweyten Stockwerke der Sternwarte; der zweyte 293 Toiſen vom Horizonte an gerechnet. Sie hätte ſich ungleich länger in der Höhe erhalten ohne den unglücklichen Riß des vorigen Tages, der ſich durch die ausdehnende Kraft der innern Luft wieder öffnete, einen Theil von ihr gehen ließ, und ſo hörte die Urſache, von der das Aufſteigen der Kugel allein abhieng, die ſpecifiſche Leichtigkeit der Kugel, auf, noch eben dieſelbe zu ſeyn, auf einer ſehr geringen Höhe verlohr ſie ſchon das Gleichgewicht mit der äußern Luft, und fiel wieder herunter.

Noch nie iſt ein phyſiſcher Verſuch mit einer ſolchen feyerlichen Pracht, in der Gegenwart einer ſolchen Menge der angeſehenſten Zuſchauer ausgeführt worden. Ludwig XVI. begab ſich ſelbſt unter die Geſellſchaft der Naturforſcher, die die Aufſicht über ſich genommen hatten, er ſtieg auf das Gerüſte, er beſahe den Heerd, wo das Feuer angezündet werden ſollte, er erkundigte

sich auch nach den kleinsten Umständen, und begegnete dem Erfinder mit einer ganz ausgezeichneten Achtung; ein Beyspiel, das von der Königin, der königlichen Familie, und den Prinzen vom Geblüte befolgt wurde.

Der Gedanke, auch größere Lasten und selbst Menschen mit dieser Maschine zu erheben, wurde nun in allen Gemüthern lebhaft und allgemein, und um sich davon zu überzeugen, ließ **Montgolfier** noch einen größern Aerostat verfertigen, der 70 Schuh in der Höhe und 54 im Durchmesser hatte. Es war dieser ungeheure Körper gleichsam aus dreyen zusammengesetzt; sein mittlerer Theil stellte ein Cylinder vor, sein höchster Theil einen ganzen, und sein unterer Theil einen abgekürzten Kegel; und der kleinste Durchmesser dieses Kegels, der Durchmesser der Oeffnung zugleich, durch die das Feuer in das Innere der Maschine hinaufsteigen sollte, war von 14 Schuhen. Mit diesem Theile war noch ein anderer Cylinder von Leinwand verbunden, und um diesen herum gieng eine Gallerie von Weiden geflochten, dritthalb Schuhe breit; an diese Gallerie endlich war eine Kohlpfanne von Eisendrath befestigt, damit in ihr das Feuer angezündet, mit Stroh und Wolle unterhalten, und die Flamme davon durch die weite Oeffnung in das Innere der Maschine hineindringen könnte. Es wog diese ganze Maschine etwa 1500 Pfunde.

Pilatre de Rozier, der unter die vorzüglichsten Bewunderer der Montgolfier'schen Maschine gleich vom Anfange her gehört hatte, bestieg nunmehr die Gallerie, er erhub sich damit auf eine Höhe von 100 Fußen; aber noch wurde die Maschine immer an Seilern zurückgehalten. Er war völlig Meister davon, zu steigen oder sich herabzulassen; und dieses hieng allein von der Stärke des Feuers ab, das er in der Glutpfanne unterhielt. Man sahe dieses noch deutlicher den folgenden Sonntag, an dem der Versuch wiederholt wurde. **Pilatre de Rozier** bestieg wieder die Gallerie, und erhub sich damit in die Höhe, so weit es die Seile zuließen. Sie senkte sich von dieser Höhe herab, so bald das Feuer aufhörte. Sie wurde von dem Winde auf die Bäume eines benachbarten Gartens hingetrieben, stieg aber wieder auf die Höhe, so wie **Pilatre de Rozier** das Feuer wieder erneuerte; und so erreichte **Piiatre** seine Absicht, sich mit ihr wieder in dem Garten des Herrn **Reveillon** niederzulassen. Es stiegen endlich zuerst **Giroud de Villette**, und nach ihm Marquis **d'Arlandes** zu Herrn **Pilatre** in die Gallerie; und es erhub sich mit ihnen die Maschine bis auf 324 Fuße. In beyden Fällen schien **Pilatre de Rozier** ganz Meister über ihre Bewegung zu seyn: sie stieg, sie fiel, sie streifte auf dem Horizonte hin; sie erhub sich wieder, wie er es haben wollte.

Ungefähr einen Monat hernach, den 21ten Wintermonat, geschah der berühmte Versuch zu La Muette, in Gegenwart des **Dauphin** und seines ganzen Hofes, und in Gegenwart einer unzählbaren Menge von Zuschauern; einer der wichtigsten in der Geschichte der Aerostaten. Um 1 Uhr und $\frac{3}{4}$ bey dem günstigsten Wetter bestiegen der Marquis **d'Arlandes**, und **Pilatre de Rozier** den Aerostat des Herrn **Montgolfier**. Ganz sich selbst und dem Winde überlassen, erhub er sich nach der Beobachtung des **Rochon** auf eine Höhe von 367 Toisen. Er gieng auf dieser Höhe über die Seine hinüber, er stand bald über dem südwestlichen Theile der Stadt, und ließ sich nahe bey dem Wege nach Fontainebleau wieder herunter; es hatte diese Maschine innerhalb 7 Minuten mehr als 4000 Toisen zurückgelegt. Sie erhub sich, und sie ließ sich herab, so wie das Feuer vermehrt oder vermindert wurde; und so wichen die Luftfahrer in dieser unerhörten Schiffahrt den Klippen aus, die ihnen gefährlich seyn konnten, und erreichten ohne alle andere Sorge das Ziel ihrer Reise. Dieses ist die sehr kurze Erzählung der Schriftsteller der Akademie; und dieses ist auch die unsrige; eine vollständige Geschichte aller der Versuche nach dem auf dem Marsfelde, würde für unsern erstern Theil viel zu spät seyn; und ich behalte sie daher dem zweyten vor.

Es ist nun noch die Beantwortung der großen Frage übrig: Welches ist die Ursache, die die Aerostaten des Herrn Montgolfier steigen macht? Eine Beantwortung, die wir von der Physik allein nicht erwarten können; es liegt uns unendlich viel daran, die Kraft aufs allergenaueste zu kennen, mit der die Kugel steigt; denn so lange dieses nicht ist, so lange werden auch alle unsere Rechnungen der vorigen Abschnitte für die Ausübung unbrauchbar seyn. Bey solchen Aerostaten, die nach der Herren Charles und Roberts Methode mit brennbarer Luft gefüllt sind, ist diese Beantwortung kein Geheimnis mehr; hier ist die Ursache allein diese, daß die brennbare Luft wegen ihrer größern specifischen Federkraft auch alsdann dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht hält, wenn sie nur den sechsten Theil ihrer specifischen Schwere besitzt; daß also eine Kugel mit dieser Luftart angefüllt, leichter seyn kann, als ein gleiches Volumen atmosphärischer Luft, und bey diesem Volumen selbst alsdann noch in der Ausdehnung erhalten werden kann, wenn sie dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt ist. Die Ursache also, warum sie steigen muß, ist eben diese, die auch eine hölzerne Kugel von dem Boden des Wassers auf seine Oberfläche hinaufsteigen machte; sie beruht auf den allerleichtesten Grundsätzen der Hydrostatik.

Allein bey den nach Montgolfiers Methode gefüllten Maschinen ist die Beantwortung dieser Frage ungleich schwerer; und noch hat die Naturlehre sie nicht entschieden. Es ist hier die wahre Stelle, die Art nach der Erfinder der Aerostaten hier zu Werke geht, nach allen Umständen zu beschreiben. Ich sehe mich zu meinem Verdrusse genöthigt, hier blos Uebersetzer zu seyn; denn noch kann ich nicht das beschreiben, was ich selbst gesehen habe. Ich hätte gewünscht, die Verfertigung dieses Abschnittes auch nur auf einige Woche hinaus verschieben zu können; dies hätte mich in den Stand gesetzt, Theorie und Erfahrung miteinander zu vereinigen; nun aber nöthigen mich Zeit und Umstände, die Herausgabe meines ersten Theiles auf der Stelle zu befördern; und doch wäre ohne diesen lezten Abschnitt mein Buch viel zu unvollständig gewesen, die Erwartung der Leser wäre zu wenig befriedigt worden, als daß ich ihn dem zweyten Theile hätte überlassen können.

Der große Montgolfier'sche Versuch ist im Begriffe zu Strasburg wiederholt zu werden; auch mein Vaterland hat also wenigstens einen Montgolfier. Ein Aerostat, nach Montgolfier's Methode verfertigt, von achtzig Fußen in der Höhe, und hundert sechs und fünfzig im Umkreise, ist durch die freywilligen und allgemeinen Beyträge der Einwohner unserer Stadt und durch die vorzüglichen mechanischen und physischen Talente der Herren

Gabriel und Pierre ausgeführt worden; die ersten Versuche sind bisher glücklich ausgefallen; und es wird nur noch günstiges Wetter erfordert, um die allgemeine Erwartung des hiesigen Publikums zu befriedigen. Die Geschichte dieses großen Versuches, auf welchen nicht Strasburg allein, sondern unsere ganze Provinz begierig ist, wird der Gegenstand von mehr als einem Abschnitte meines zweyten Theils seyn; allein noch in dem ersten muß dieser lezte Abschnitt, so wie alle andere, mehr das Verdienst der Theorie und der Erzählung als der Erfahrung für sich haben.

Die Maschine dehnt sich aus und steigt in die Höhe vermittelst des Feuers allein, das unter ihr so angezündet wird, daß die Flamme nach einer senkrechten Richtung durch die untere Oeffnung der Maschine in sie hineinsteige, und die in ihr enthaltene atmosphärische Luft erhitzen könne. Es wird ein Gerüste gebaut, dessen obere Fläche um einige Fuße über dem Horizonte erhaben seyn muß, und in dessen Mitte eine sehr weite Oeffnung ist. In dieser Oeffnung ist nun die dem freyen Zugang der atmosphärischen Luft (es ist dieses eine wesentliche Bedingung, ohne welche der Ausgang des Versuchs nie glücklich seyn kann) ausgesetzte Glutpfanne, auf der das Feuer zubereitet, und mit Stroh und Wolle nach der Montgolfier'schen Methode genährt und erhalten wird. Ueber dieser Glutpfanne wird nun die untere Oeffnung des Aerostats

ausgebreitet, und mit Seilen befestigt. Zur Seite werden in der Erde zwey Masten aufgerichtet, die mit der Maschine wenigstens von gleicher Höhe seyn müssen, und oben mit Rollen versehen sind. Es gehen über diese Rollen andere Stricke, die mit ihrem einen Ende alle an den Gipfel der Maschine befestigt sind, und mit dem andern bis auf die Erde herabhängen. Vermittelst dieser Stricke wird nun der Aerostat in die Höhe gezogen, und zugleich vermittelst anderer Stricke, die in horizontaler Richtung auf ihn wirken, auch seiner Breite nach ganz entwikelt, bis er über der Glutpfanne nach allen Dimensionen ausgedehnt, und aufgerichtet steht. Dann erst wird das heftige Feuer in der Glutpfanne wirklich angezündet; und die erste unfehlbare Wirkung dieses Feuers ist diese, daß die Maschine aufschwellt, nach allen Richtungen mit der grösten Gewalt ausgedehnt wird, und einen ungleich größern Raum einnimmt, als zuvor. Sie wird nicht nur ausgedehnt; sie erhebt sich zugleich, sie zieht alle Seile, an die sie befestigt ist, sehr heftig an; es werden viele Hände erfordert, sie noch zurückzuhalten; und so bald die Seile ganz abgeschnitten werden, so erhebt sich die Maschine in wenigen Minuten bis auf eine Höhe von mehrern hundert Toisen. Dies ist die sehr einfache Ursache einer noch einfachern, und doch noch für die Naturlehre geheimnisvollen Wirkung.

Bemerkte

Bemerkte man weiter nichts, als daß die Maschine ausgedehnt wird, ohne sich zu erheben, so zeigte dieses weiter nichts an, als daß die absolute Federkraft der innern Luft vermehrt wird, und daß diese von innen heraus auf die Wände der Maschine stärker drückt. Allein sie erhebt sich zugleich; es wirkt eine Kraft auf sie, die der Richtung unserer Schwere entgegengesetzt ist: ein offenbarer Beweis also, daß der ganze Aerostat nunmehr leichter wird, als die Masse von atmosphärischer Luft, die er aus der Stelle treibt. Das Gleichgewicht also zwischen dem Drucke der äußern und dem Gegendrucke der innern Luft ist zwar noch da; denn wäre der erstere größer, so könnte die Maschine nicht ausgedehnt bleiben; sie müßte zusammenfallen; und wäre es der leztere, so würde die Maschine noch mehr ausgedehnt werden, bis zwischen beyden das Gleichgewicht wieder hergestellt würde. Allein bey diesem gleichen Drucke beträgt das ganze Gewicht des Aerostats doch noch weniger als ein gleiches Volumen atmosphärischer Luft. Es muß also die innere Luft ungleich leichter, ungleich dünner seyn als die äußere; und da sie bey dieser innern Dichtigkeit doch noch der äußern das Gleichgewicht hält, und noch zugleich die ganze Kugel erheben und sie in der Ausdehnung erhalten muß, so muß sie in einem noch ungleich größern Verhältnisse specifisch elastischer seyn. Die unmittelbare Wirkung des Feuers also, aus der

der ganze Montgolfier'sche Versuch hergeleitet werden muß, ist diese, daß durch es die ganze Maschine mit einer Luft angefüllt wird, deren specifische Federkraft größer ist, als die der atmosphärischen; dies ist eine Wahrheit, auf die wir uns wenigstens mit der grösten Gewißheit verlassen können; die entferntere Ursache mag auch sonst seyn, welche sie nur immer will.

Es lassen sich noch von dieser vermehrten specifischen Federkraft zwey entferntere Ursachen angeben; entweder ist sie die Wirkung des Feuers allein, und in diesem Falle enthält der Montgolfier'sche Versuch nichts, das den ersten längst bekannten Grundsätzen der Experimental-Physik nicht vollkommen gemäß wäre; oder wenn diese Ursache allein zur ganzen Erklärung noch nicht hinlänglich seyn sollte, so müßte man annehmen, daß durch das Feuer aus den angezündeten Materien ein besonders Gas entwikelt werde, dessen specifische Federkraft, so wie die der brennbaren Luft, größer seye als sie bey der atmosphärischen ist. Beydes muß allein durch die Erfahrung entschieden werden.

Das Urtheil der Pariser Gelehrten ist der erstern Vermuthung günstig; nach ihnen ist es allein die durch das Feuer verdünnte innere Luft, durch die der Aerostat specifisch leichter wird. Sie glauben diese Vermuthung dadurch bestätigt zu sehen, daß von der Stärke des angezündeten Feuers das Steigen und Sinken des Aerostats allein

abhängt. Sie finden sie dadurch bestätigt, daß der untere Theil der Maschine offen seyn muß; denn so würde durch die Wärme ein Theil ihrer innern Luft durch diese Oeffnung hinausgetrieben, und so können nach diesem Verluste die ganze Masse des Aerostats leichter werden, als die Masse von atmosphärischer Luft, die ihm an Volumen gleich ist. Sie finden es sehr unwahrscheinlich, daß diese größere Leichtigkeit dadurch erhalten werde, daß aus den angezündeten brennbaren Materien sich ein besonderes, seiner Natur nach leichteres Gas entwikle, und mit ihm sodann die Maschine angefüllt werde; denn in diesem Falle würde es eine unentbehrliche Bedingung zum Steigen der Maschine seyn, daß ihr unterer Theil verschlossen seye; um das Eindringen der schweren atmosphärischen Luft zu verhüten.

Auf dieser Voraussetzung beruht nun auch ihre Berechnung der specifischen Schwere der innern Luft des Aerostats. An dem 17 Oktober, dem Tage des berühmten Versuchs, da **Pilatre de Rozier** in der Gallerie zuerst in die Höhe stieg, erhub sich die Maschine bis auf eine sehr geringe Höhe, und dann befand sie sich einen Augenblick lang im Gleichgewichte mit der atmosphärischen Luft, bis **Pilatre de Rozier** das Feuer wieder vermehrte. Ihr körperlicher Inhalt war von 60,000 Kubikfußen, und so mußte nach der Barometer- und Thermometerhöhe dieses Tags die ganze Masse der atmosphärischen Luft, deren

Stelle die Maschine einnahm, 5286 Pfunde seyn. Sie selbst wog 1700 Pfunde; es bleibt also noch für das ganze Gewicht der innern Luft übrig 3856 Pfunde. So verhielt sich denn die specifische Schwere der innern Luft zur specifischen Schwere der äußern, wie 2 : 3. Und nach diesen Verhältnissen müßte der Grad der Hitze der innern Luft wenigstens der achtzigste des Reaumur'schen Thermometers, und sie selbst wenigstens die des siedenden Wassers gewesen seyn. Dies ist mit wenig Worten das Urtheil der französischen Gelehrten; ein Urtheil, über welches ich das meinige gewiß nicht fällen werde, da die außerordentlichen Verdienste dieser Männer viel zu weit über meine Fähigkeit und über meine Erfahrung erhaben sind.

Ich setze noch nach der Anleitung des **Faujas de St. Fond** einige Umstände hinzu, die bey der Nachahmung des Montgolfier'schen Versuchs durchaus beobachtet werden müssen.

Das Feuer darf durchaus nicht eingeschlossen, sondern es muß dem ganz freyen Zugang der atmosphärischen Luft von allen Seiten ausgesetzt seyn. Ohne diese Vorsicht wird die Maschine blos mit Rauch erfüllt, und von diesem Rauche wird sie zwar ausgedehnt werden, allein nie wird sie sich erheben. Ausdehnung und Steigen der Maschine stehen unter sich in keiner andern Verbindung, als daß das erste nothwendig vor dem leztern vorhergehen

muß. Sie könnte ausgedehnt und tausendmal schwerer als die atmosphärische Luft werden; allein nie wird sie sich einen Zoll hoch von der Erde erheben, so lang sie nicht specifisch leichter als sie.

Das Stroh darf durchaus nicht in dicken Bündeln in das Feuer geworfen werden; sondern es muß dieses zu sehr kleinen Theilen geschehen. Nur unter dieser Bedingung wird helles Feuer erhalten, allein im erstern Falle würde es Rauch, und nicht Flamme seyn, der die Maschine erfüllte.

Es muß zu sehr kleinen Theilen von Zeit zu Zeit fein gehechelte Wolle in das Feuer geworfen werden, die sich leicht entzünde, leicht verzehrt werde, und wenig oder gar keinen Rauch verbreite. So kann mit der gehörigen Vorsicht eine Maschine von 70 Schuh Höhe und 46 im Durchmesser in 5 Minuten erfüllt seyn.

Nach dem Zeugnisse derer, die die Pariser Versuche mit angesehen haben, erzeugten sich, sobald das Feuer helle brannte, Luftströme, die gegen die Maschine gerichtet waren, und durch deren Druck die Segel, die man um die Maschine ausgespannt hatte, alle auf die Glutpfanne hingetrieben worden, und ohne ganz besondere Vorsicht in Flammen ausgebrochen wären. Es wird hierdurch deutlich bewiesen, daß sehr viele atmosphärische Luft sich durch die untere Oeffnung in die Maschine eindringt, und sie ausdehnt, sie ist alsdann einem Risse sehr unter-

worfen, und wenn dieser verhütet werden soll, so wird bey dem Aufseher des Versuches eine Geschicklichkeit und Vorsicht vorausgesetzt, die nur durch eine lange Uebung erreicht werden kann.

Das Urtheil der Mitglieder der Akademie ist so weit als unsere Kenntnisse reichen, den Grundsätzen einer aufgeklärten Physik völlig gemäß. Die aerostatische Maschine, die ganz zu Anfange des Versuchs wenig körperlichen Raum einnimmt, und wenig atmosphärische Luft enthält, muß ausgedehnt werden, sobald diese Luft durchs Feuer verdünnt und specifisch elastischer wird; denn eben dadurch erhalten wir, daß sie bey geringerer Dichtigkeit dem Drucke der Atmosphäre doch noch wie zuvor das Gleichgewicht halten kann, und so bleibt nicht nur der Aerostate ausgedehnt, sondern er wird zugleich specifisch leichter, als ein gleiches Volumen atmosphärischer Luft. Erhält endlich der Aerostate die ganze Ausdehnung, die er ertragen kann; ist zugleich der Bau der Maschine so beschaffen, daß keine Gefahr zu reißen da ist, und wird alsdann das Feuer noch länger unterhalten, so bleibt der innern, immer mehr verdünnten, immer mehr erhitzten Luft, kein anderer Ausweg übrig, als daß so viel von ihr durch die untere Oeffnung der Maschine hinausgehe, bis die absolute Federkraft der innern Luft mit dem äußern Drucke der Atmosphäre wieder im Gleichgewichte steht. So fährt dann das Gewicht der Maschine

immer fort vermindert zu werden, selbst alsdann, wenn sie keiner weitern Ausdehnung mehr fähig ist; und die einzige Grenze dieser Verminderung wird durch den Grad des Feuers bestimmt, bey welchem die Maschine in Flamme gerathen müßte, sobald sie ihm ausgesetzt würde.

Es ist kein gegründeter Einwurf gegen dieses System, daß die Theile der Maschine nothwendig verschiedenen Graden der Wärme ausgesetzt seyn müßten, indem die Wirkung des Feuers sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernungen verhält; und daß nach diesem Lehrsatze entweder der oberste Theil der Maschine immer kalt bleiben müßte, oder wenn auch er erwärmt werden sollte, alsdann der untere Theil einem solchen Grad der Hitze ausgesetzt seyn würde, den er nicht ertragen könnte. Es ist dieser Lehrsatz der Physik theoretisch völlig richtig, allein in seiner Anwendung müssen wir behutsam seyn. Es ist noch ein anderer Lehrsatz da, der nicht weniger entschieden ist, und der immer mit dem erstern verglichen werden muß. Die Wärme, die einmal erzeugt ist, es mag nun diese Wärme bestehen in was sie will, wird sich in einem verschlossenen Raume immer gleichförmig ausbreiten; sie wird suchen sich mit sich selbst ins Gleichgewicht zu setzen. Bey unserer Maschine ist dieses der Fall. Das Feuer in der Glutpfanne wird immer unterhalten, die Wärme steigt aus ihr senkrecht in die Höhe, sie befindet sich in einem verschlossenen Raume, es wird

schon in den ersten Augenblicken ein Gleichgewicht da seyn; und wenn auch je die entlegenern Theile etwas weniger als die nähern erwärmt bleiben sollten, so kann doch diese Ungleichheit nicht mehr nach dem Quadrate der Entfernung beurtheilt werden. Es ist eine der ersten Pflichten des Mathematikers, daß er die Grenzen seiner Wissenschaft kennt; und daß er weiß, in wie weit die Anwendung seiner allgemeinen Gesetze erlaubt seye. Das umgekehrte Verhältnis des Quadrats der Entfernung ist ein Gesetz, nach welchem sich in mehrern Fällen der Mathematiker mit Gewißheit richten kann; allein nie würde ich mich in dem Falle darauf verlassen, wo die verschiedenen Grade der Wärme in einem verschlossenen Raume berechnet werden sollen. Es vereinigen sich hier sehr viele Umstände, von welchen die gesuchte Größe abhängt, und nach solchen Gesetzen abhängt, die noch weit über die Grenzen unserer Physik und Pyrometrie hinaus gehen.

Mit Gewißheit ist es deswegen noch nicht entschieden, daß die einzige Ursache der specifischen Leichtigkeit unserer Montgolfierschen Luftkörper, die durchs Feuer verdünnte atmosphärische Luft seye; und sollte dieser Grund allein nicht hinreichend seyn, so bliebe uns nichts als die andere Vermuthung übrig; es müßte sich aus den angezündeten Materien eine besondere Luftart entwikeln, die von der atmosphärischen verschieden, und deren specifische Federkraft ungleich größer wäre.

Es ist dieses wirklich eine sehr wahrscheinliche Vermuthung; denn so wenig wir auch gewisses von der specifischen Federkraft der Luft, die sich aus dem angezündeten Stroh und Wolle entwikelt, versichern können, so vereinigen sich doch alle Versuche darin, daß beyde bey gleichem Drucke specifisch leichter, als die atmosphärische sind. Das Stroh, das in seiner Mischung gewiß öhlichte und brennbare Theile enthält, muß im Verbrennen eine phlogistisirte Luft von sich ausgehen lassen, von der der allgemeine Ausspruch unserer Chymie dieser ist, daß sie specifisch leichter als die atmosphärische seye. Die Wolle, als ein thierischer Körper, wird eine andere Luft erzeugen, die dem flüchtigen Alkali in seinem luftigen Zustande sehr nahe kommen muß: es ist dieses mit eine der künstlichen Luftarten, mit welchen sich seit Priestley's Entdeckungen unsre Physik und Chymie beschäftigt. Die Flamme verlöscht in ihr, und vermuthlich wird sie eben so wenig zur Respiration tauglich seyn; allein es zeigt sich doch etwas bey dem Versuche, wodurch sie der brennbaren Luft nahe zu kommen scheint; die Flamme nemlich, die in diese Luftart eingetaucht wird, ehe sie verlöscht, vergrößert sich einen Augenblick lang, es umgiebt sie ein anderer sehr blaßgelber Schein, und dies könnte vielleicht ein Theil der alkalisirten Luft seyn, die noch mit atmosphärischer vermischt, das Feuer einen Augenblick nähren kann. Ueber die specifische Leich-

tigkeit dieser Luft sagt uns die Chymie noch nichts gewisses; sie sagt uns nur so viel, daß diese Luft, leichter zwar als alle übrigen salzichten Luftarten, immer noch ungleich schwerer sey als die brennbare Luft. Es ist demnach nicht nur möglich, es ist selbst sehr wahrscheinlich, daß aus dem angezündeten Stroh und Wolle sich eine Luftart entwickle, die bey gleichem Drucke, bey gleichem Grade der Wärme doch noch specifisch leichter als die atmosphärische seye; das heißt, deren specifische Federkraft größer seye, und also an der Kraft, mit der die Kugel aufsteigt, einen Antheil haben könne. Allein eine Wahrheit ist es, die manchem unerwartet seyn wird, und die sich doch mathematisch beweisen läßt; daß dieser Antheil ungleich der kleinste, und beynahe unmerklich seyn muß, so lange diese specifische Federkraft der innern Luft nicht wenigstens hundertmal größer ist als die der gemeinen: und daß wir also von den Graden der specifischen Federkraft, die uns vermöge der zuverläßigsten Versuche der Physik anzunehmen erlaubt sind, wenig oder nichts erwarten können.

Bey dem sehr unvollkommenen Versuche des Montgolfier vom zwölften Herbstmonate, betrug die Masse der atmosphärischen Luft, deren Stelle die Maschine einnahm, 4500 Pfunde: und das Steigen der Kugel war die Wirkung von 50 Pfunden trockenen Strohes, und 10 Pfunden gehechelter Wolle, die unter ihr verbrannt

wurden. Die ebenfalls unvollkommene Maschine, mit der zu Versailles am neunzehnten des Herbstmonats der Versuch gemacht wurde, konnte 3192 Pfunde atmosphärischer Luft enthalten; und 80 Pfunde Stroh, nebst 5 Pfunden Wolle waren hinreichend, sie bis auf 300 Toisen von der Erde zu erheben. Gesetzt auch, daß in beyden Fällen diese mehr elastische Luft, die sich aus den Körpern entwickelt haben konnte, die Hälfte ihrer ganzen Masse war; so war doch die Masse dieser Luft noch der hundertste Theil der Masse von atmosphärischer Luft, deren Volumen dem Volumen der Kugel gleich war. Hätte also sie allein, bey gleichem Grade der Wärme, doch noch dem ganzen Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht halten sollen; so hätte sie, bey gleicher Dichtigkeit, und bey gleicher Wärme, wenigstens hundertmal elastischer als die atmosphärische seyn müssen; und an ein so ungeheures Verhältnis der specifischen Federkräfte ist nach dem, was uns die zuverläßigsten Versuche der Physik versichern, gar nicht zu denken. Es bleibt also immer dabey, daß die durchs Feuer verdünnte und elastischer gewordene atmosphärische Luft im innern Raume der Maschine, an dem Ausgange des großen Montgolfier'schen Versuchs, an dem Steigen des Aerostats, ungleich den grösten Antheil hat: die besondere Luftart, die sich etwa aus den brennbaren Materien entwickelt haben konnte, trägt wenig oder nichts dazu

bey; und das Gas der Herren **Montgolfier** (ein Ausdruck, der dem Herrn **Faujas de St. Fond** eigen ist, und eigen bleiben wird) ist nichts anders, als die atmosphärische Luft im innern Raume der Kugel, die durchs Feuer verdünnt, specifisch elastischer, und also bey gleichem Drucke specifisch leichter wurde.

Endlich seye es uns noch erlaubt einige Blicke in die Zukunft zu thun, und die Revolution, die durch die Erfindung der Aerostaten in dem politischen, sittlichen und wissenschaftlichen Zustande unsers Welttheils bewirkt werden wird, so weit zu übersehen, als es sterblichen Augen vergönnt ist. Muthmaßungen sind die Sachen der ernsthaften Geometrie nicht; auch die Naturlehre verbeut sie in dem Falle, wo sie der Wahrheit im Wege stehen könnten: allein dem aufgeklärten Beobachter, dem es ein Vergnügen ist, den Fortgang des Verstandes und der Kenntnisse seiner Mitbürger zu bemerken und zu bewundern, kann es nicht gleichgültig seyn, sein achtzehntes Jahrhundert mit einer Entdeckung geendigt zu sehen, die auch die Kepler und Neutone anstaunen würden, und die noch in einem unendlich höhern Grade, als Elektricität, durch Kunst hervorgebrachte Luft, und achromatische Fernröhre, ein neuer ruhmvoller Beweis der Wahrheit ist, daß wir den Geist unserer Väter noch nicht verloren haben. So möge es denn die Nachwelt wissen, was ihre Vorfahren, die

Zeitgenossen des Montgolfier, von seiner Entdeckung erwarteten; sie möge es wissen, wie schnell ihre Erwartungen erfüllt worden sind; sie möge endlich dadurch ermuntert werden, auf dem Wege fortzugehen, dessen Eingang von den Europäern des fünfzehnten und des sechszehnten Jahrhunderts muthig geöffnet, oft mit ihrem Blute vertheidigt worden, und bisher zur Ehre unsers Welttheils offen geblieben ist.

Die Wissenschaften können von dieser Erfindung unendlich vieles erwarten. Sie führt uns in die höhern Regionen der Atmosphäre hinauf, sie wird uns in den Stand setzen, alle die Versuche über die Natur der Luft, auch auf den entferntesten Höhen anzustellen, bey welchen wir uns immer auf unsern Horizont, auf unsere unterste Luftschichte einschränken mußten. Sie wird uns oft das Vergnügen gewähren, das, was bisher nur Muthmaßung bey uns war, durch die Erfahrung bestätigt zu sehen; oft wird sie uns auch überzeugen, wie weit uns diese Muthmaßungen von der Wahrheit abführten, und dann werden wir auch durch sie eines bessern belehrt werden. Die Dichtigkeit der Luft, und der Fall des Barometers auf jeder Höhe, die Lage ihrer Schichten übereinander, ihre chymischen Bestandtheile, ihre specifische Federkraft, ihre Bewegung, ihre Ströme, die wahre Ursache der unendlich vielen Meteore, die wir bisher immer nur entfernt bewundern konnten, allein die immer für uns

ein Geheimnis geblieben sind; eine ganz genaue Kenntnis der Atmosphäre in dem höchsten Grade der Vollkommenheit, die nur immer Mathematik, Physik und Chymie von ihr erwarten können; dies ist das erste, was uns die Erfindung der aerostatischen Maschine mit Gewißheit verspricht.

Die Astronomie gewinnt unendlich vieles dabey. Die astronomische Strahlenbrechung, so wie sie für jede größere Höhe abnimmt, und die wahre Wege des Lichtstrahls durch die Atmosphäre, Beobachtungen ungleich näher am Horizonte, und doch noch mit Gewißheit angestellt; Mittheilung eines gegebenen Signals auf sehr weite Entfernungen; Entdeckungen von Gestirnen, die wir in unserer dicken neblichten Luft nicht bemerken konnten, allein die uns nicht mehr versagt seyn können, sobald wir über diese Nebel erhaben sind; dies ist wieder das wenigste, was der Astronome erwarten kann, ohne einer lebhaften Einbildungskraft zu viel nachzugeben.

Auch die Erdebeschreibung gewinnt dabey, daß durch die Erfindung der aerostatischen Maschine keine Kette von Gebirgen mehr den Mathematiker hindern wird selbst die weitesten Provinzen mit einem Blicke zu übersehen. Das Eis, das uns bisher beyde Weltpole unzugänglich machte, wird für unsere Aerostaten keine Hindernis mehr seyn; beherzt wird sich der Europäer selbst in den Gegenden sehen lassen, die noch vor ihm kein Bewohner der

Erde betreten hatte. Freylich sind dieses Aussichten für eine sehr weite Zukunft; allein die Erfindungen, die in einem halben Jahre wirklich gemacht worden sind, und die nun beynahe der einzige Gegenstand der Aufmerksamkeit, des Scharfsinns, und des Erfindungsgeistes geworden sind, versichern uns wenigstens so viel, daß alles dieses nicht unmöglich ist.

Für die Mechanik eröffnet sich ein unabsehbares Feld; schon beschäftigt sich die Akademie der Wissenschaften einige Monate mit der Untersuchung der zahllosen Entwürfe, die die erfindrischen Köpfe der Nation ihr in die Wette überreichen. Aerostaten von mittelmäßiger Größe steigen schon mit einer Gewalt von zwey bis dreytausend Pfund von der Erde auf, und so viel würde wenigstens erfordert werden, um sie zurück zu halten. Dies sind also die Lasten, die uns künftig alle übrige Kunststücke der Mechanik entbehrlich machen, die künftig gleichsam von selbsten in die Höhe steigen werden, und dem Fluge der Vögel gleich, an Ort und Stelle gebracht werden können, sobald das Geheimnis unserer Maschine eine willkührliche Richtung zu geben, entdeckt seyn wird. Bisher war es das Wasser, das die Bewohner unserer Erde aus einem Theil in den andern hinüber führte, das sie ihre Schätze gegen einander vertauschen lehrte, und das wo nicht die einzige, doch die vornehmste Stütze unserer Handlung war. Ich glaube, daß wir viel dabey

gewinnen würden, wenn wir hier ein Element gegen das andere vertauschen könnten. Oft macht uns dieses Wasser durch seine Ueberschwemmungen, oft auch durch sein Gefrieren die Reise unmöglich; und auch wenn dieses nicht wäre, so sind die wenigsten Städte so glücklich, am Meere, an einem Haven, an einem wasserreichen Strome zu liegen, der ihnen ihre Handlung möglich und ausgebreitet, der durch sie ihre Mitbürger reich und glücklich machen könnte. Die Atmosphäre aber, die nie gefriert, die keine Ueberschwemmungen verursacht, und die selbst in den sandichten Wüsten von Aethiopien den bisher unthätig gebliebenen Afrikaner eben so gut umgiebt, als den geschäftigen Einwohner unserer berühmtesten See- und Handels-Städte: diese kann uns alle Vortheile des Wassers gewähren, und doch von seinen Fehlern frey seyn, sobald die beyden großen Wünsche der französischen Nation erfüllt seyn werden, aerostatische Maschinen mit weniger Unkosten verfertigt zu sehen, und sie nach Willkühr bewegen zu können.

Eines der wichtigsten Werke des vorigen Jahres ist das Buch des Herrn **Le Roy**: Les navires des anciens considérés par rapport à leurs voiles, & à l'usage qu'on en pourroit faire dans notre marine; oder "die Schiffe der Alten, in Rücksicht auf ihre Segel, und den Gebrauch, den man davon in unserer Marine machen könnte, untersucht": ein Werk, das ich ganz mit

Still-

Stillschweigen übergehen würde, wenn nicht die lezten Abschnitte, mit meinem Gegenstande verbunden wären. Der Verfasser endigt sein Werk damit, daß er den Einfluß untersucht, welchen die aerostatische Maschine auf die Verbesserung unserer Marine haben kann: und ich finde hier seinen Vortrag wirklich mit solchen Gründen unterstützt, daß durch sie der ausgebreitete Nutzen der Montgolfier'schen Entdeckung außer allen Zweifel gesetzt wird.

Es ist die aerostatische Maschine das beste, unfehlbare Signal, das nur immer in der Seekunst verlangt werden kann; unendlich vollkommener als alle, deren man sich bisher bedient hatte. Auf der Höhe, auf welche sich Aerostaten von mittlerer Größe nach den Gesetzen der Schwere erheben können, wird sie in der Entfernung von mehrern Meilen gesehen werden; und so werden wir durch sie in den Besitz einer Sprache gesetzt, durch die sich der Seemann auf viele Meilen verständlich machen kann; einer Sprache, die bey Tage und bey Nacht möglich ist, und mit welcher nicht leicht mehr eine Flotte der Gefahr unterworfen seyn wird, zerstreut zu werden, und nicht leicht mehr ein Schiff verloren zu gehen.

Es kann uns die aerostatische Maschine ein beynahe zuverläßiges Mittel an die Hand geben, zu erfahren, ob Ströme in der See sind, und was es für Ströme

sind. Man lasse zu einer Zeit, wo die Luft von keinem Winde bewegt wird, einen Aerostaten aufsteigen, der an einem Seile zurücke gehalten ist. So lange dieses Seil senkrecht auf der Fläche des Meeres aufsteht, so können wir gewiß seyn, daß keine Seeströme vorhanden sind. Allein sobald das Seil von dieser senkrechten Richtung abgewendet wird, oder bey einem Winde auf eine solche Seite hingeneigt wird, die nicht die Richtung des Windes ist, so wird diese Neigung einer Bewegung in der See selbst, einem Seestrome zuzuschreiben seyn; und dann wird es auch nach den ersten Grundsätzen der Mechanik und der Theorie der zusammengesetzten Kräfte sehr leicht seyn, die Richtung und die Geschwindigkeit dieses Stroms zu bestimmen, wenn die Richtung und die Geschwinkeit des Windes bekannt ist, und noch ungleich leichter wenn die Luft von keinem Winde bewegt wird.

Endlich scheint es auch, daß wir uns mit dem grösten Vortheile der aerostatischen Maschinen statt der Segel bedienen können. Sie bieten dem Winde eine gleich große Fläche dar, nur mit dem Unterschiede, daß diese Fläche erhaben ist. Vermöge ihrer specifischen Leichtigkeit heben sie das Schiff mit einer gewissen Gewalt empor, sie vermindern dadurch die Masse des Schiffes, ohne daß sein Volumen vermindert wird, und es ist eben so viel, als wenn das Schiff selbst um einige tausend Pfunde leichter worden wäre. Mit einer aerostatischen

Maschine wird also der Seemann nie mehr in die traurige Nothwendigkeit versetzt werden, seine Kanonen, seinen Proviant, seine nothwendigsten Bedürfnisse, Centnerweise in die See zu werfen, um sein Schiff zu erleichtern; und hier hat der Aerostate vor dem vollkommensten Segel unendlich viele Vorzüge; denn durch diese mit ihren Mastbäumen und Segelstangen wird die ganze Masse des Schiffes nicht nur nicht vermindert, sondern noch um ein beträchtliches vermehrt. Es nimmt dieser Aerostat in dem Schiffe selbst keinen andern Platz ein, als den einzigen Punkt, wo das Seil desselben an das Schiff festgeknüpft ist; und die ganze Art, nach der er wirkt, wird nach den allererſten und allerleichtesten Grundsätzen der Mechanik ungleich vortheilhafter seyn.

Erst nachdem der Ausgang des großen Montgolfier'schen Versuchs in den Journalen angekündigt worden war, fiengen die französischen Gelehrten an im Ernste auf die Auflösung der Aufgabe zu denken, deren Möglichkeit nunmehr durch die historische Gewißheit selbst entschieden war, und nun gieng die allgemeine Stimme aller Naturforscher dahin, daß zu dieser Absicht die brennbare Luft gewählt werden sollte, deren größere specifische Leichtigkeit seit einigen Jahren für die Physik kein Geheimnis mehr war. Der erste Versuch dieser Art war der auf dem Marsfelde zu Paris, dessen physische und mathematische Ausführung beynahe diesen ganzen Theil hindurch

meine Leser allein beschäftigt haben wird. Auf ihn folgten eine Menge kleinere Versuche, bis endlich auf eine vorhergegangene Ankündigung die Herren Charles und Robert in einer aerostatischen, mit brennbarer Luft gefüllten Maschine von 26 Fußen im Durchmesser, in den Augen einer zahllosen Menge von Zuschauern sich aus den Tuilerien erhuben, und in einer Höhe von mehrern hundert Toisen die berühmte Luftreise anstellten, die unsern ganzen Welttheil in Erstaunen setzte, und dessen ausführlichere Erzählung ich meinem zweyten Theile ungern überlassen muß. Nach den Gesetzen der natürlichen Schwere erreichte ihr Aerostate sehr geschwind eine Höhe von 300 Toisen, auf dieser Höhe legten sie von einem Süd-Ost-Winde getrieben mehr als neun Meilen in horizontaler Richtung zurück, ehe sie sich wieder auf die Erde herabließen, und Charles, der nach geendigter Reise mit neuem Muthe erfüllt wurde, sie zu wiederholen, erhub sich zum zweytenmale bis auf eine Höhe von 1700 Toisen; er gieng bis an das Gebiet der Wolken hinein, und studierte ihre innere Einrichtung.

Ich habe nun zum Beschlusse des ersten Theils meiner Geschichte nichts mehr hinzuzusetzen. Die beyden Kupfertafeln, davon die erstere die aerostatische Maschine der Herrn Montgolfier vorstellt, in welcher den neunzehnten Oktober des vorigen Jahrs die Herren Pilatre de Rozier, Giroud de Villette, und Marquis

d'Arlandes in die Höhe gestiegen sind, und die andere die zweyte aerostatische Maschine der Herren Charles und Robert, mit brennbarer Luft gefüllt, mit welcher sie in einem an der Maschine angehängten Luftwagen, die zweyte Luftreise glücklich anstellten, haben keine weitere Erklärung vonnöthen. Das einzige was noch vielleicht der Leser vermissen wird, ist der ganze Bau dieser Maschinen, der Stoff, aus dem sie verfertigt werden, die Art, wie sie verfertigt seyn müssen, die Methode, nach der sie gefüllt werden. Es ist dieses noch eine wahre Unvollkommenheit, der ich aber noch nicht abzuhelfen im Stande bin, zu einer Zeit, da die Erfindung und die Kunst noch in ihrer ersten Kindheit ist, da der Künstler, der sich damit beschäftigt, noch das meiste geheimnisvoll sich selbst vorbehält, da ich mich selbst noch durch keine eigene Versuche belehrt sehen konnte. Ich habe alles dieses meinem zweyten Theile vorbehalten, und ich hoffe alsdann die Erwartung meiner Leser um desto eher befriedigen zu können, da bis dorthin die jezt noch sehr unreife Erfindung ihrer Vollkommenheit um sehr vieles näher gekommen seyn wird, und alsdann zugleich eigene Erfahrungen den Verfasser belehrt haben werden, den bisher nur die Theorie unterrichtet hatte.

Ende des ersten Theils.

Strasburg, gedruckt bey F. G. Levrault, der königlichen Intendanz und bischöflichen Universität Buchdrucker.

[illegible]

Bericht

an den Buchbinder.

Die Bildnisse der Herren **Montgolfier** kommen zu Anfange des Werkes, und stellen das Titel-Kupfer vor. Die übrigen Tafeln alle kommen zu Ende des Buches: zuerst die Maschine von Montgolfier, und dann die Kugel der Herren **Robert** und **Charles**; auf sie die übrigen Tafeln, bezeichnet mit Tab. I. Tab. II. Tab. III. sie müssen so geheftet werden, daß man sie bequem heraus schlagen könne. Von den drey gedruckten Tafeln kömmt eine der Seite 292, und die beyden andern Tab. I. Tab. II. der Seite 318, der lezten des sechzehnten Abschnittes gegenüber zu stehen.

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

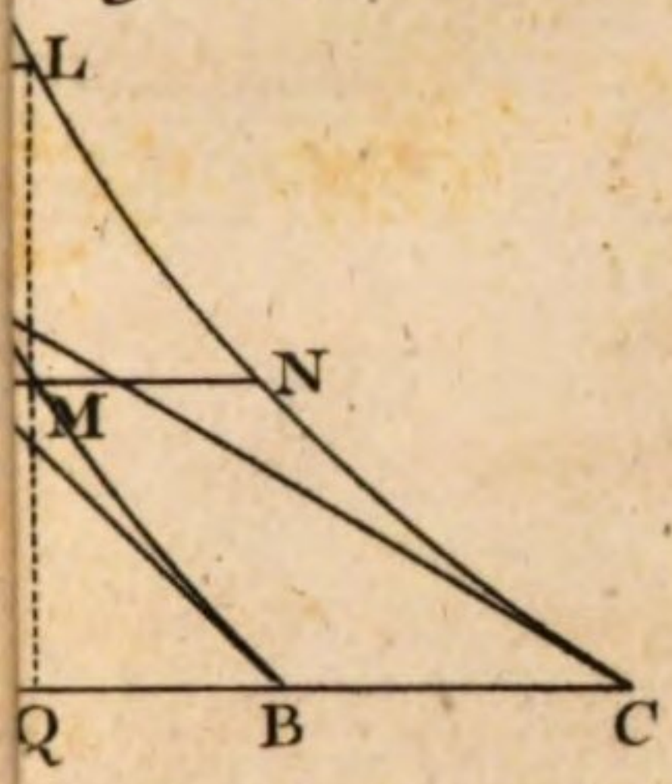


Fig. II.

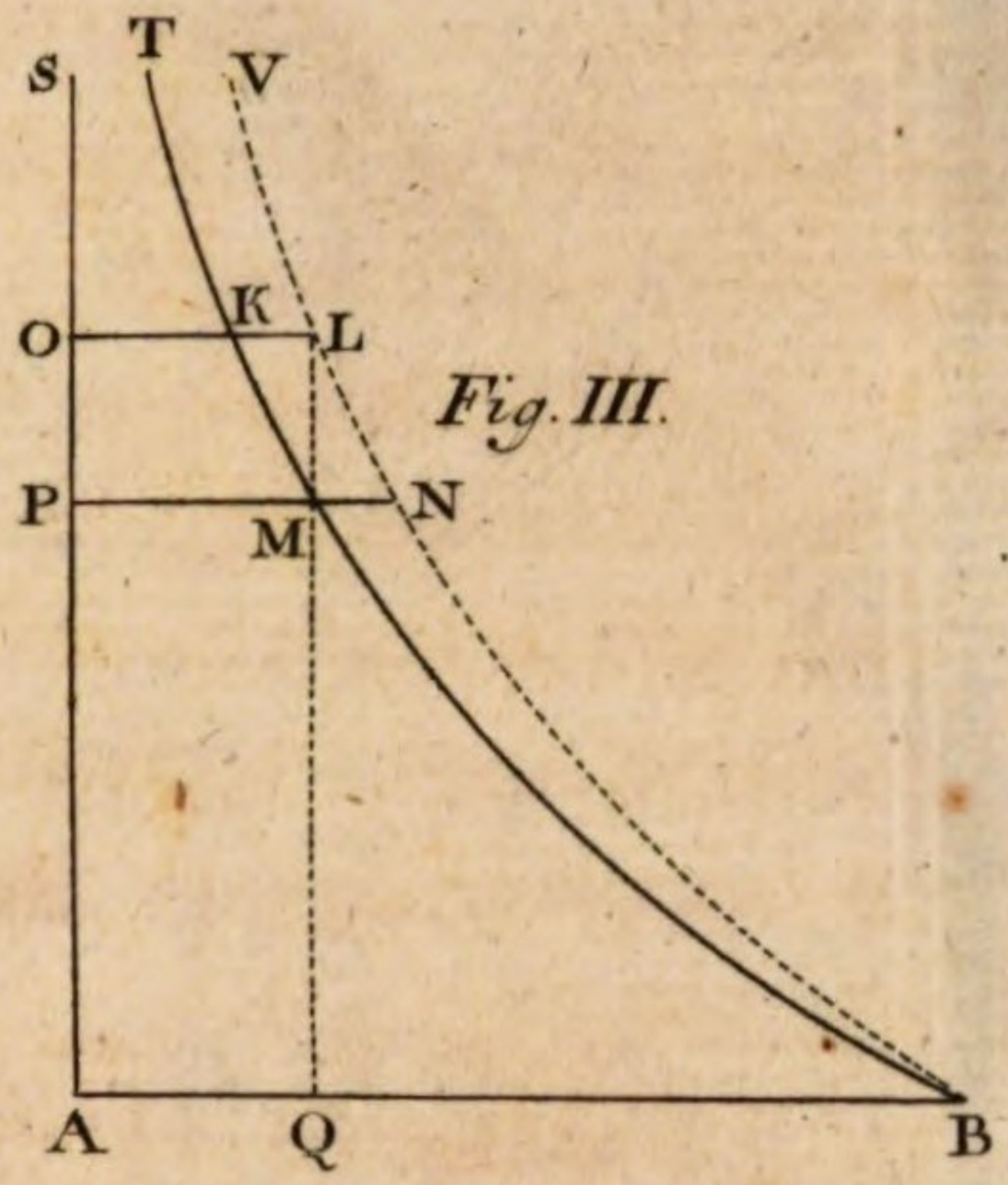


Fig. III.

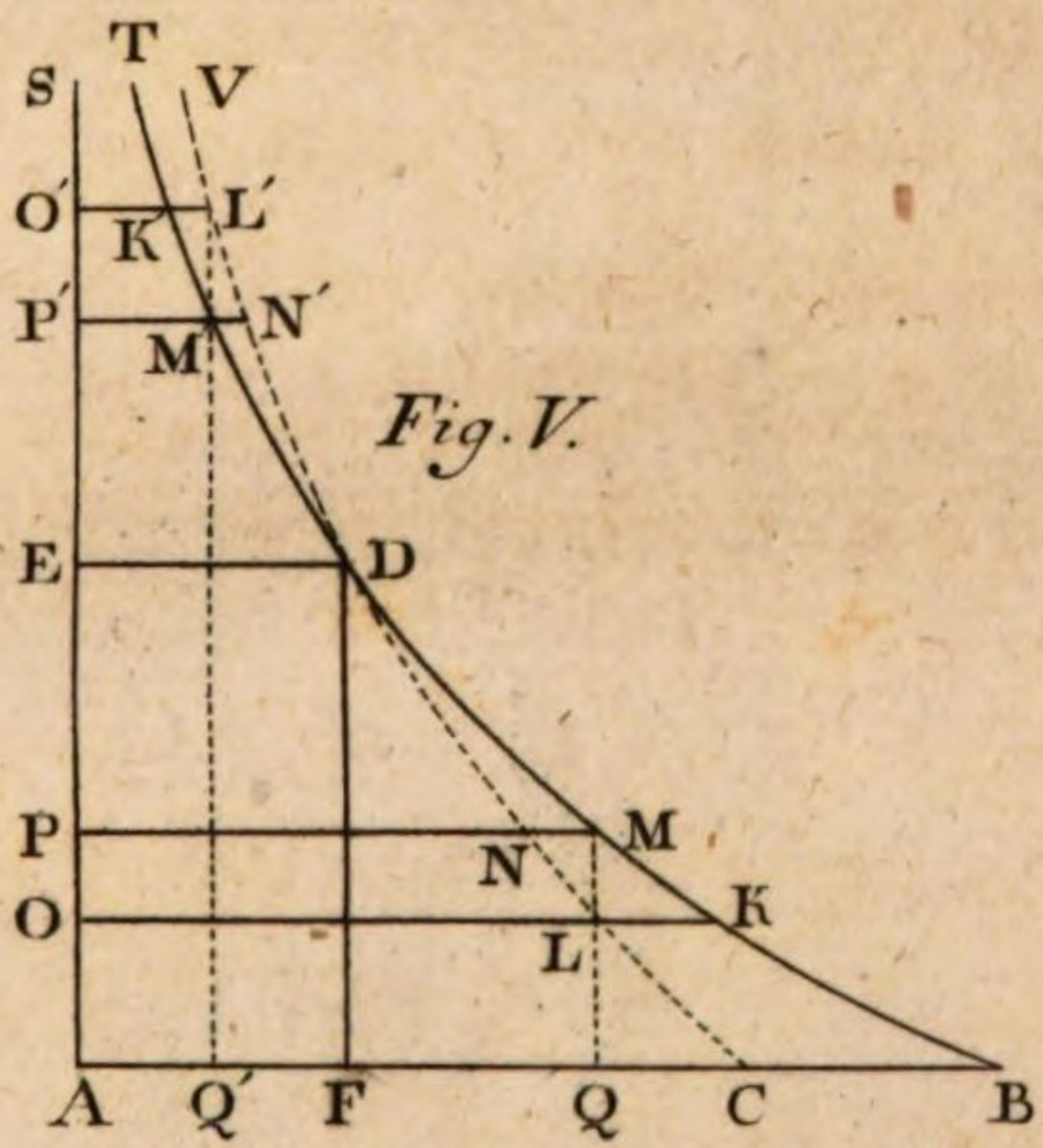


Fig. V.

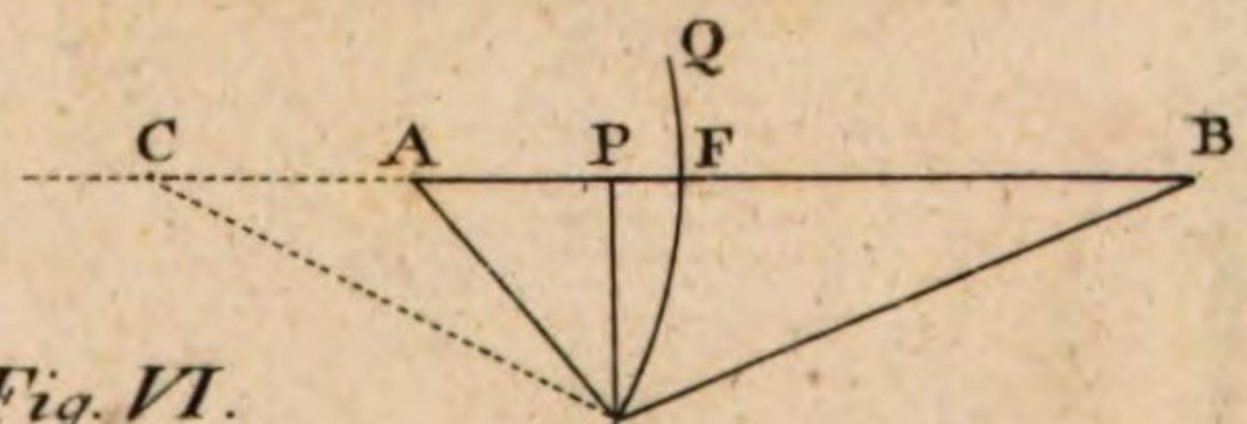


Fig. VI.

D

Y

Weis sc.

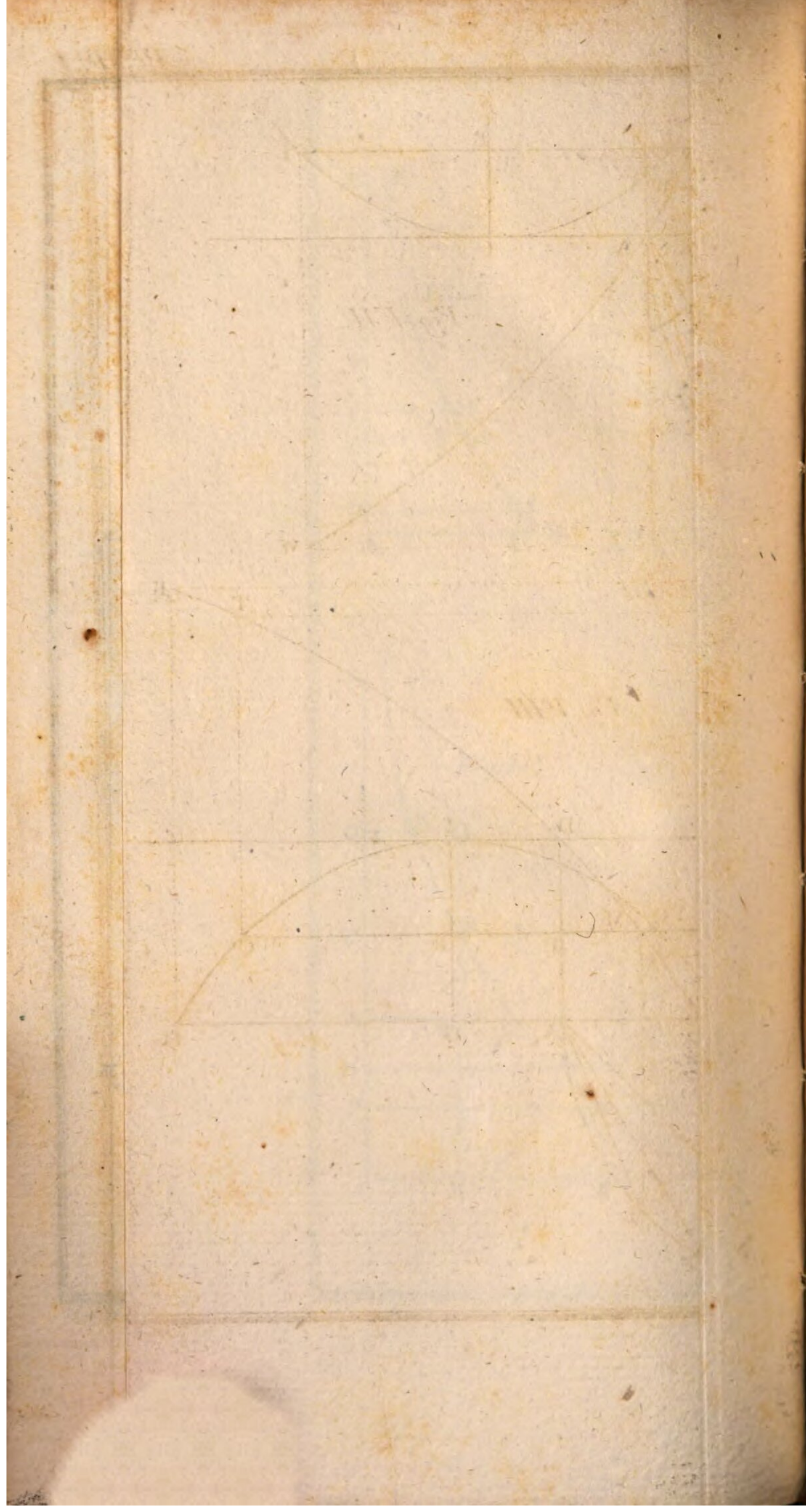
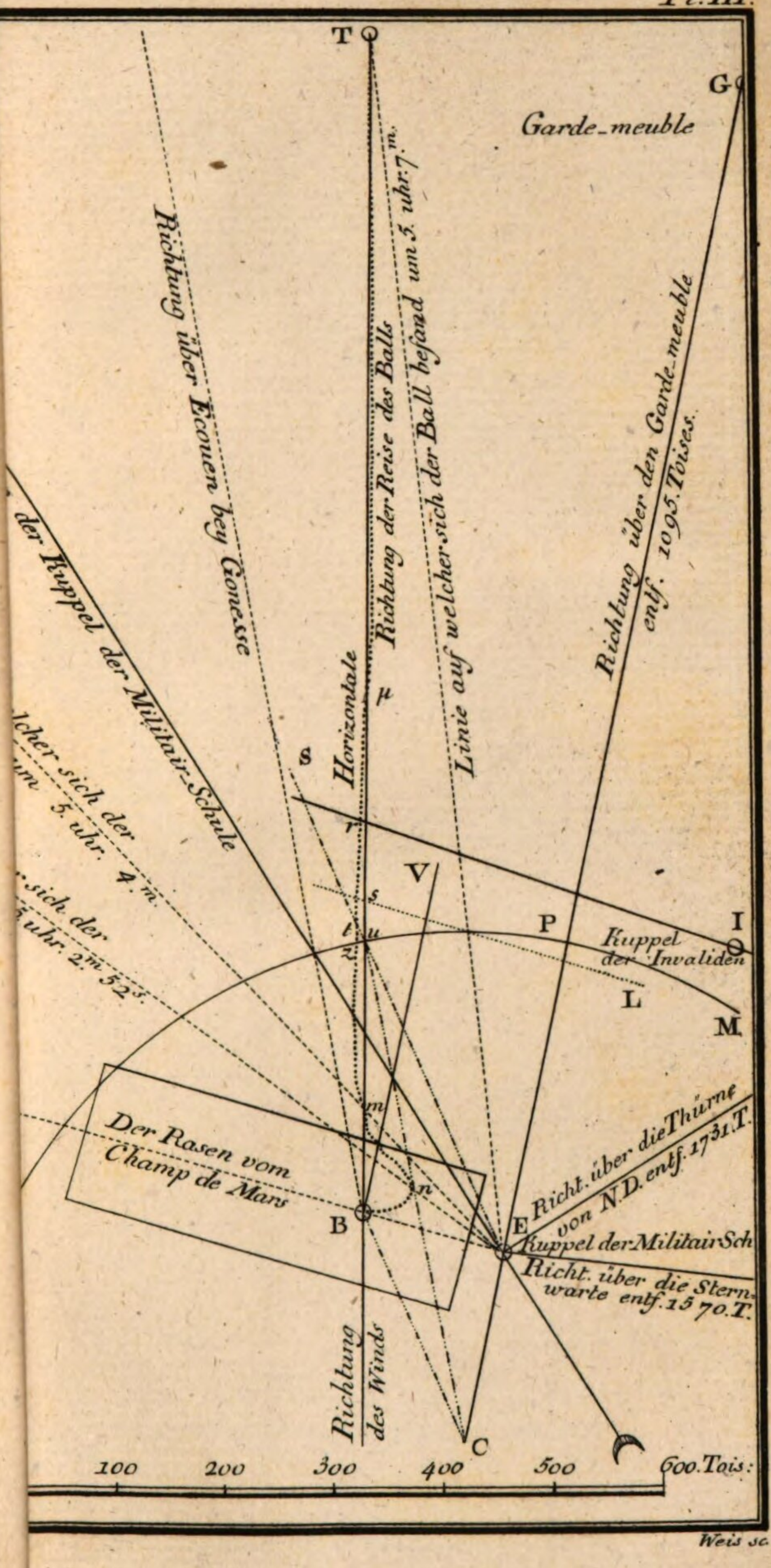


Fig. VII.

Fig. VIII.

Weis sc.



Weis sc.

Bayerische Staatsbibliothek München

XXXXXX (1+2) V.86

XX (1-3) VI.89

XX (1-2) I.90

XXXXXXX (1+2) V.86

XX (1-3) VI.89

XX (1-2) I.90

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kramp, Christian,

Geschichte der Aerostatik historisch, physisch und mathematisch ausgeführt

Bd.: 1

Strasburg (1784)
Math.a. 131 k-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080845-7
VD18 80195709